DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA Y ENERGETICA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

TURBINAS HIDRÁULICAS

Pedro Fernández Díez

I.- TURBINAS HIDRÁULICAS

Una máquina hidráulica es un dispositivo capaz de convertir energía hidráulica en energía mecánica; pueden ser motrices (turbinas), o generatrices (bombas), modificando la energía total de la vena fluida que las atraviesa. En el estudio de las turbomáquinas hidráulicas no se tienen en cuenta efectos de tipo térmico, aunque a veces habrá necesidad de recurrir a determinados conceptos termodinámicos; todos los fenómenos que se estudian serán en régimen permanente, caracterizados por una velocidad de rotación de la máquina y un caudal, constantes.

En una máquina hidráulica, el agua intercambia energía con un dispositivo mecánico de revolución que gira alrededor de su eje de simetría; éste mecanismo lleva una o varias ruedas, (rodetes o rotores), provistas de álabes, de forma que entre ellos existen unos espacios libres o canales, por los que circula el agua. Los métodos utilizados para su estudio son, el analítico, el experimental y el análisis dimensional.

El ***método analítico*** se fundamenta en el estudio del movimiento del fluido a través de los álabes, según los principios de la Mecánica de Fluidos.

El ***método experimental***, se fundamenta en la formulación empírica de la Hidráulica, y la experimentación.

El ***análisis dimensional*** ofrece grupos de relaciones entre las variables que intervienen en el proceso, confirmando los coeficientes de funcionamiento de las turbomáquinas, al igual que los diversos números adimensionales que proporcionan información sobre la influencia de las propiedades del fluido en movimiento a través de los órganos que las componen.

I.2.- CLASIFICACIÓN DE LAS TURBOMAQUINAS HIDRÁULICAS

Una primera clasificación de las turbomáquinas hidráulicas, (de fluido incompresible), se puede hacer con arreglo a la función que desempeñan, en la forma siguiente:

a) ***Turbomáquinas motrices***, que recogen la energía cedida por el fluido que las atraviesa, y la transforman en mecánica, pudiendo ser de dos tipos:

Dinámicas o cinéticas, Turbinas y ruedas hidráulicas

Estáticas o de presión, Celulares (paletas), de engranajes, helicoidales, etc

b) ***Turbomáquinasgeneratrices***, que aumentan la energía del fluido que las atraviesa bajo forma potencial, (aumento de presión), o cinética; la energía mecánica que consumen es suministrada por un motor, pudiendo ser:

Bombas de álabes, entre las que se encuentran las bombas centrífugas y axiales

Hélices marinas, cuyo principio es diferente a las anteriores; proporcionan un empuje sobre la carena de un buque

c) ***Turbomáquinasreversibles***, tanto generatrices como motrices, que ejecutan una serie de funciones que quedan aseguradas, mediante un rotor específico, siendo las más importantes:

Grupos turbina-bomba, utilizados en centrales eléctricas de acumulación por bombeo

Grupos Bulbo, utilizados en la explotación de pequeños saltos y centrales maremotrices

d) ***Grupos de transmisión o acoplamiento***, que son una combinación de máquinas motrices y generatrices, es decir, un acoplamiento (bomba-turbina), alimentadas en circuito cerrado por un fluido, en general aceite; a este grupo pertenecen los cambiadores de par.

RUEDAS HIDRÁULICAS.- Las ruedas hidráulicas son máquinas capaces de transformar la energía del agua, cinética o potencial, en energía mecánica de rotación. En ellas, la energía potencial del agua se transforma en energía mecánica, como se muestra en la Fig I.1c, o bien, su energía cinética se transforma en energía mecánica, como se indica en las Figs I.1a.b.

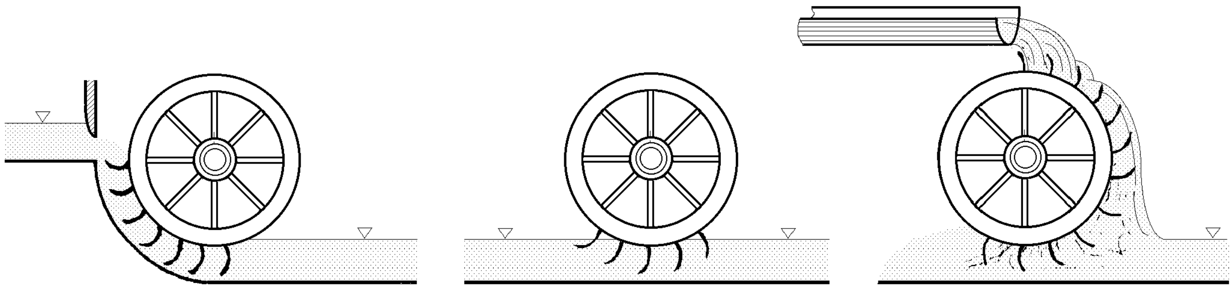


Fig I.1.a.b.c

Se clasifican en:

a) Ruedas movidas por el costado

b) Ruedas movidas por debajo

c) Ruedas movidas por arriba

Su diámetro decrece con la altura H del salto de agua. Los cangilones crecen con el caudal. Los rendimientos son del orden del 50% debido a la gran cantidad de engranajes intermedios. El numero de rpm es de 4 a 8. . Las potencias son bajas, y suelen variar entre 5 y 15 kW, siendo pequeñas si se las compara con las potencias de varios cientos de MW conseguidas en las turbinas.

TURBINAS HIDRÁULICAS.- Una turbomáquina elemental o monocelular tiene, básicamente, una serie de álabes fijos, (distribuidor), y otra de álabes móviles, (rueda, rodete, rotor). La asociación de un órgano fijo y una rueda móvil constituye una célula; una turbomáquina monocelular se compone de tres órganos diferentes que el fluido va atravesando sucesivamente, el distribuidor, el rodete y el difusor.

El ***distribuidor y el difusor,*** (tubo de aspiración), forman parte del estator de la máquina, es decir, son órganos fijos; así como el rodete está siempre presente, el distribuidor y el difusor pueden ser en determinadas turbinas, inexistentes.

El ***distribuidor*** es un órgano fijo cuya misión es dirigir el agua, desde la sección de entrada de la máquina hacia la entrada en el rodete, distribuyéndola alrededor del mismo, (turbinas de admisión total), o a una parte, (turbinas de admisión parcial), es decir, permite regular el agua que entra en la turbina, desde cerrar el paso totalmente, caudal cero, hasta lograr el caudal máximo. Es también un órgano que transforma la energía de presión en energía de velocidad; en las turbinas hélico-centrípetas y en las axiales está precedido de una cámara espiral (voluta) que conduce el agua desde la sección de entrada, asegurando un reparto simétrico de la misma en la superficie de entrada del distribuidor.

El ***rodete*** es el elemento esencial de la turbina, estando provisto de álabes en los que tiene lugar el intercambio de energía entre el agua y la máquina. Atendiendo a que la presión varíe o no en el rodete, las turbinas se clasifican en:

a) Turbinas de acción o impulsión; b) Turbinas de reacción o sobrepresión

En las ***turbinas de acción*** el agua sale del distribuidor a la presión atmosférica, y llega al rodete con la misma presión; en estas turbinas, toda la energía potencial del salto se transmite al rodete en forma de energía cinética.

En las ***turbinas de reacción*** el agua sale del distribuidor con una cierta presión que va disminuyendo a medida que el agua atraviesa los álabes del rodete, de forma que, a la salida, la presión puede ser nula o incluso negativa; en estas turbinas el agua circula a presión en el distribuidor y en el rodete y, por lo tanto, la energía potencial del salto se transforma, una parte, en energía cinética, y la otra, en energía de presión.

El ***difusor o tubo de aspiración,*** es un conducto por el que desagua el agua, generalmente con ensanchamiento progresivo, recto o acodado, que sale del rodete y la conduce hasta el canal de fuga, permitiendo recuperar parte de la energía cinética a la salida del rodete para lo cual debe ensancharse; si por razones de explotación el rodete está instalado a una cierta altura por encima del canal de fuga, un simple difusor cilíndrico permite su recuperación, que de otra forma se perdería. Si la turbina no posee tubo de aspiración, se la llama de escape libre

En las turbinas de acción, el empuje y la acción del agua, coinciden, mientras que en las turbinas de reacción, el empuje y la acción del agua son opuestos. Este empuje es consecuencia de la diferencia de velocidades entre la entrada y la salida del agua en el rodete, según la proyección de la misma sobre la perpendicular al eje de giro.

Atendiendo a la dirección de entrada del agua en las turbinas, éstas pueden clasificarse en:

a) Axiales ; b) Radiales {centrípetas y centrífugas} ; c) Mixtas ; d) Tangenciales

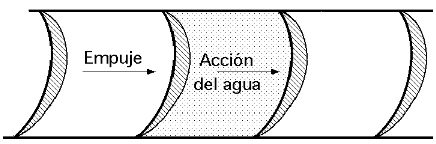


Fig I.2.a.- Acción

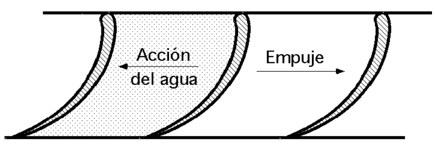


Fig I.2.b.- Reacción

En las ***axiales,*** (Kaplan, hélice, Bulbo), el agua entra paralelamente al eje, tal como se muestra en la Fig I.3a.

En las ***radiales***, el agua entra perpendicularmente al eje, Fig I.3.b, siendo centrífugas cuando el agua vaya de dentro hacia afuera, y centrípetas, cuando el agua vaya de afuera hacia adentro, (Francis).

En las *mixtas* se tiene una combinación de las anteriores.

En las *tangenciales*, el agua entra lateral o tangencialmente (Pelton) contra las palas, cangilones o cucharas de la rueda, Fig I.3.c.

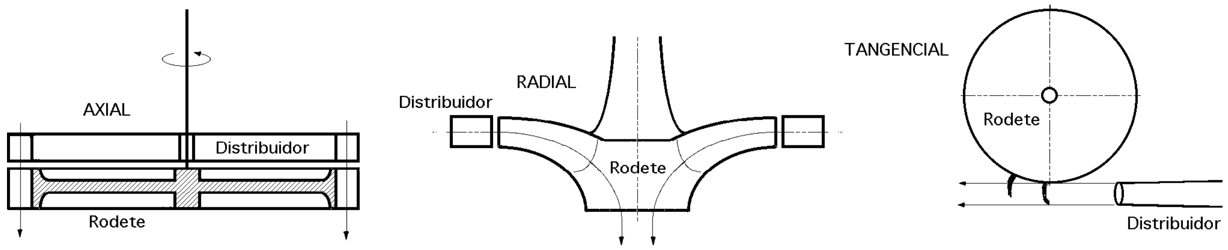


Fig I.3.a) Turbina axial; b) Turbina radial; c) Turbina tangencial

Atendiendo a la disposición del eje de giro, se pueden clasificar en:

a) Turbinas de eje horizontal

b) Turbinas de eje vertical.

I.3.- DESCRIPCIÓN SUMARIA DE ALGUNOS TIPOS DE TURBINAS HIDRÁULICAS

TURBINAS DE REACCIÓN

Turbina ***Fourneyron*** (1833), Fig I.4, en la que el rodete se mueve dentro del agua. Es una turbina radial centrífuga, lo que supone un gran diámetro de rodete; en la actualidad no se construye.

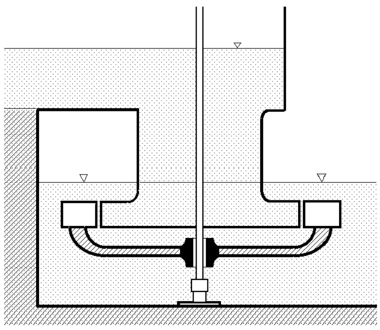


Fig I.4.- Turbina Fourneyron

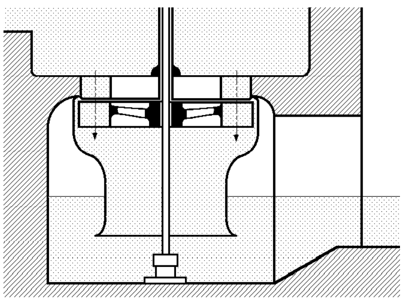


Fig I.5.- Turbina Heuschel-Jonval

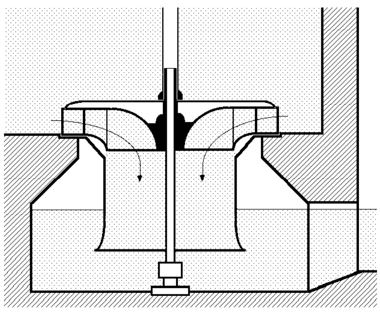


Fig I.6.- Turbina Francis

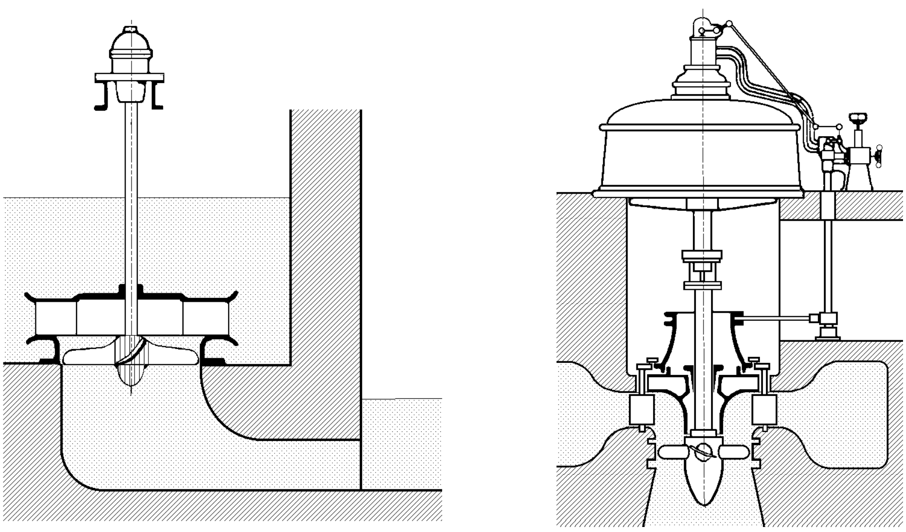


Fig I.7.- Turbinas Kaplan

Turbina ***Heuschel-Jonval***, Fig I.5, axial, y con tubo de aspiración; el rodete es prácticamente inaccesible; en la actualidad no se construye.

Turbina ***Francis*** (1849), Fig I.6; es radial centrípeta, con tubo de aspiración; el rodete es de fácil acceso, por lo que es muy práctica. Es fácilmente regulable y funciona a un elevado numero de revoluciones; es el tipo más empleado, y se utiliza en saltos variables, desde 0,5 m hasta 180 m; pueden ser, lentas, normales, rápidas y extrarápidas.

Turbina ***Kaplan*** (1912), Fig I.7; las palas del rodete tienen forma de hélice; se emplea en saltos de pequeña altura, obteniéndose con ella elevados rendimientos, siendo las palas orientables lo que implica paso variable. Si las palas son fijas, se denominan turbinas hélice.

TURBINAS DE ACCIÓN.- Estas turbinas se empezaron a utilizar antes que las de reacción; entre ellas se tienen:

Turbina ***Zuppinger*** (1846), con rueda tangencial de cucharas

Turbina ***Pelton***, Fig I.8, es tangencial, y la más utilizada para grandes saltos

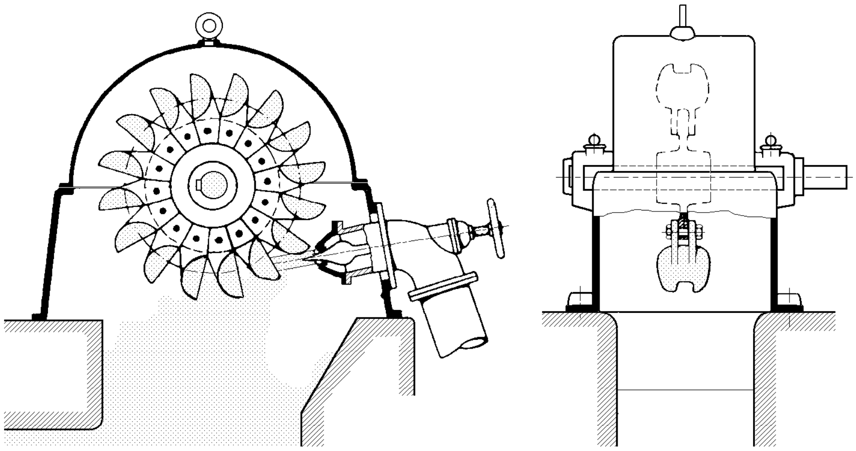


Fig I.8.- Turbina Pelton

Turbina ***Schwamkrug***, (1850), radial y centrífuga, Fig I.9

Turbina ***Girard***, (1863), Fig I.10, axial, con el rodete fuera del agua; mientras el cauce no subía de nivel, trabajaba como una de acción normal, mientras que si el nivel subía y el rodete quedaba sumergido, trabajaba como una de reacción, aunque no en las mejores condiciones; en la actualidad no se utiliza.

Turbina ***Michel, o Banki,*** Fig I.11; el agua pasa dos veces por los álabes del rodete, construido en forma de tambor; se utiliza para pequeños y grandes saltos.

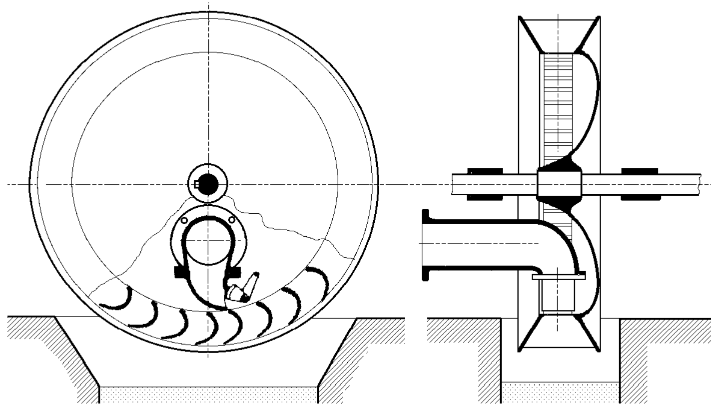


Fig I.9.- Turbina Schwamkrug

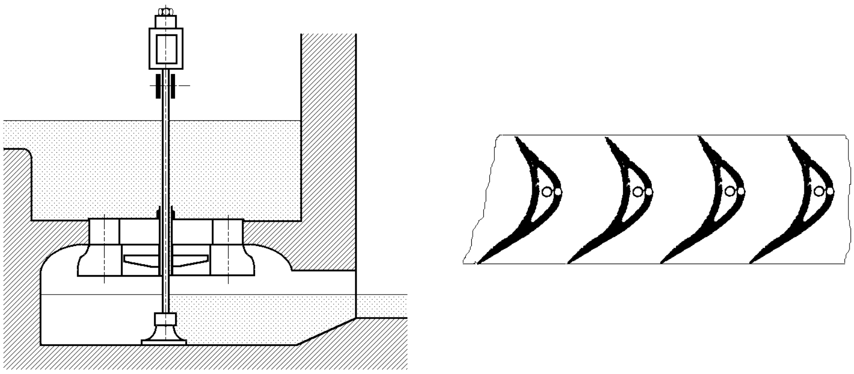


Fig I.10.- Turbina Girard

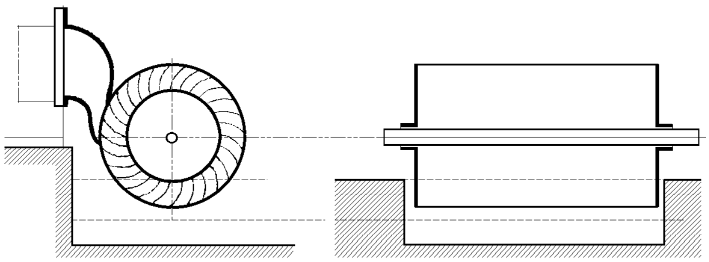
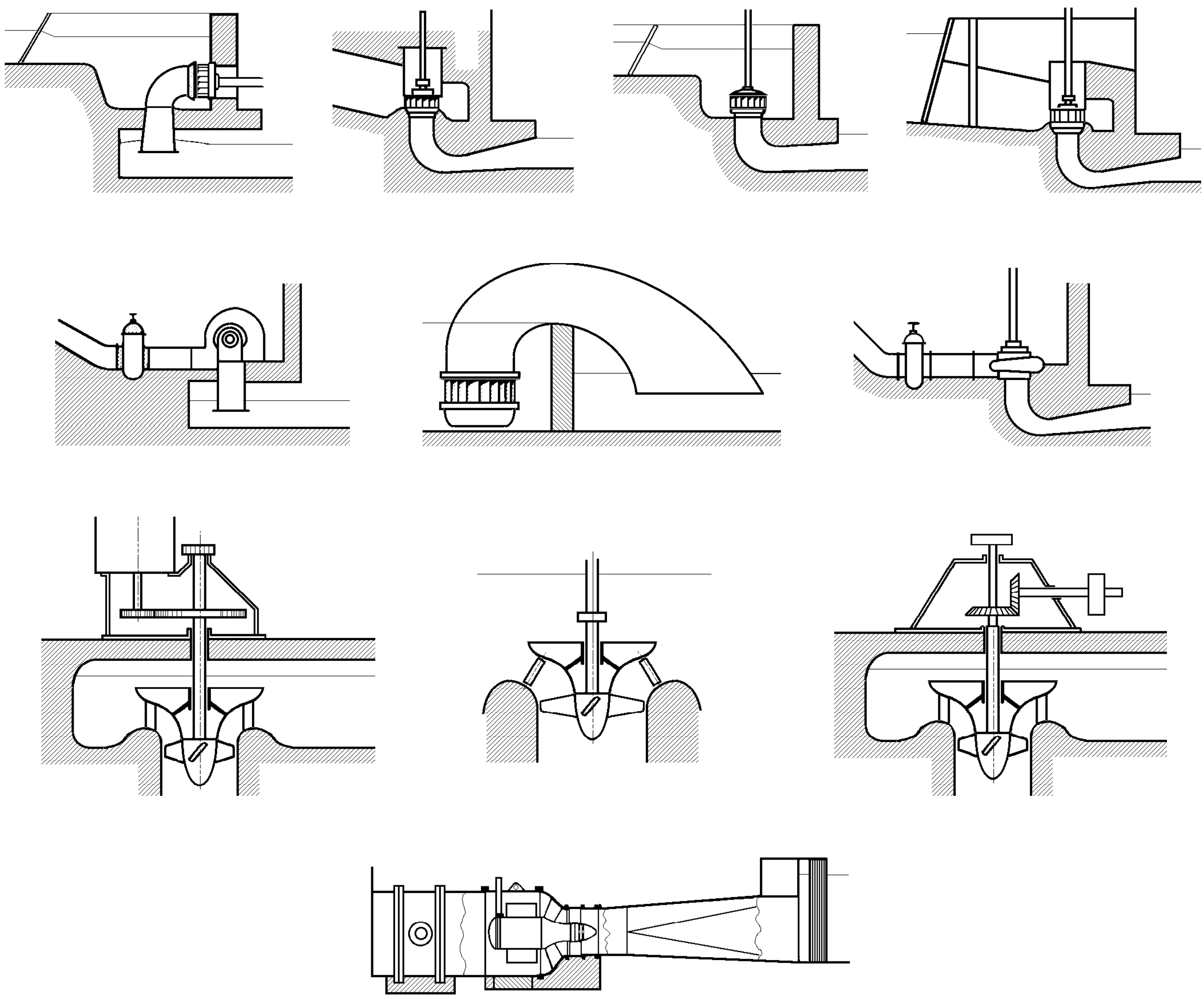


Fig I.11.- Turbina Michel



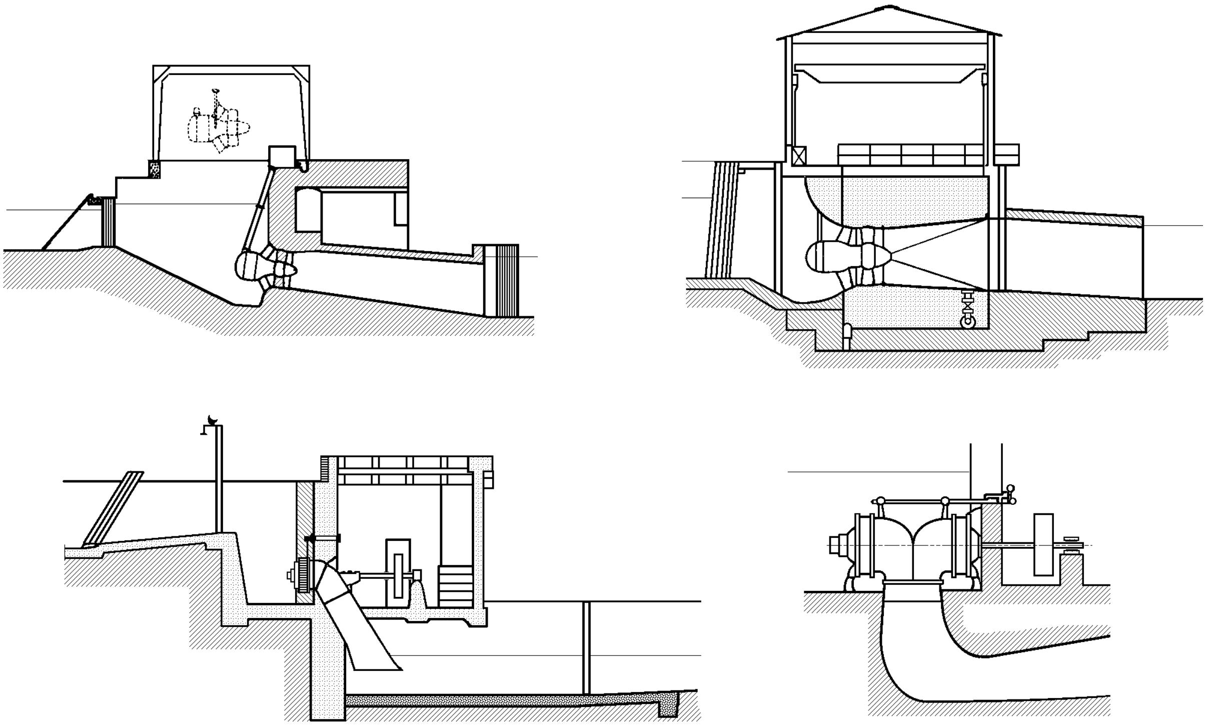


Fig I.12.- Algunas disposiciones y montajes de turbinas hidráulicas

II.- TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES Y ECUACIÓN FUNDAMENTAL

II.1.- ESTUDIO GENERAL DE LAS TURBINAS HIDRÁULICAS

Movimiento del agua.- Para estudiar el movimiento del agua en las turbinas hidráulicas, se utiliza una nomenclatura universal que define los triángulos de velocidades, a la entrada y salida del rodete, de la forma siguiente:

$\vec{u}$ es la velocidad tangencial o periférica de la rueda
$\vec{c}$ es la velocidad absoluta del agua
$\vec{w}$ es la velocidad relativa del agua
α es el ángulo que forma la velocidad $\vec{u}$ con la velocidad $\vec{c}$
β es el ángulo que forma la velocidad $\vec{u}$ con la velocidad $\vec{w}$
El subíndice 0 es el referente a la entrada del agua en la corona directriz o distribuidor
El subíndice 1 es el referente a la entrada del agua en el rodete
El subíndice 2 es el referente a la salida del agua del rodete
El subíndice 3 es el referente a la salida del agua del tubo de aspiración

El agua entra en el distribuidor con velocidad c_0 y sale del mismo con velocidad c_1, encontrándose con el rodete que, si se considera en servicio normal de funcionamiento, se mueve ante ella con una velocidad tangencial u_1.

El agua que sale del distribuidor penetra en el rodete con velocidad absoluta c_1 y ángulo α_1.

La velocidad relativa forma un ángulo β_1 (ángulo del álabe a la entrada), con la velocidad periférica u_1; la velocidad relativa a lo largo del álabe es, en todo momento, tangente al mismo.

Puede ocurrir que el rodete inicie un aumento de su velocidad periférica u de tal forma que la nueva velocidad $u_{1'} > u_1$ sea la velocidad de embalamiento; en esta situación el agua golpearía contra la cara posterior de los álabes al desviarse la velocidad relativa w_1 en relación con la tangente al álabe. En consecuencia, la fuerza tangencial se vería frenada por la fuerza de choque; aunque el rodete gire sin control y sin regulación, existiendo una velocidad límite tal que:

$$u_{1'} = (1{,}8 \div 2{,}2)\, u_1$$

por lo que el rodete no aumenta indefinidamente su velocidad.

A la salida, el agua lo hace con una velocidad absoluta c_2, siendo w_2 y u_2 las velocidades relativa y tangencial, respectivamente.

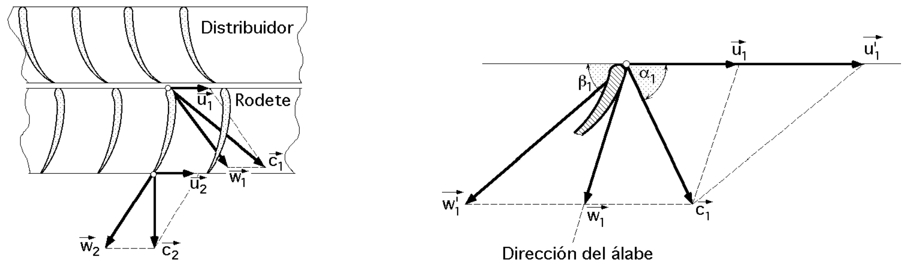


Fig II.1.- a) Nomenclatura de los triángulos de velocidades; b) Velocidad de embalamiento

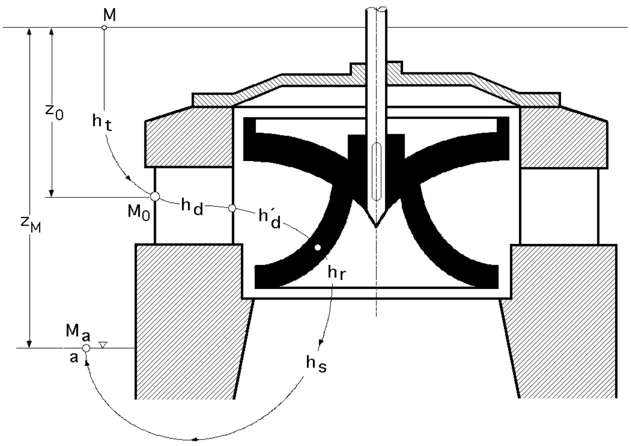


Fig II.2.- Pérdidas hidráulicas en la turbina de reacción

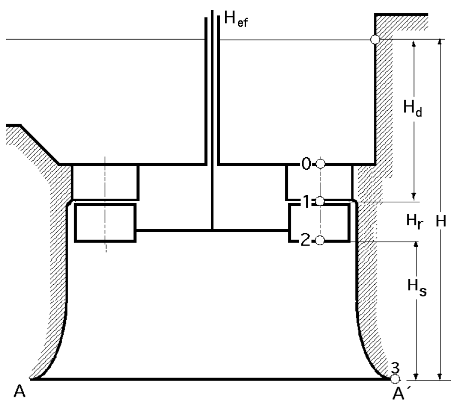


Fig II.3

Pérdidas de carga en la Turbina de reacción.- Las pérdidas de carga que tienen lugar entre los niveles del embalse y el canal de desagüe, aguas abajo de la turbina, se pueden resumir en la siguiente forma, Fig II.2:

h_t es la pérdida de carga aguas arriba de la turbina, desde la cámara de carga (presa), hasta la sección de entrada en el distribuidor de la turbina; esta pérdida no es imputable a la turbina, siendo despreciable en las turbinas de ***cámara abierta***; en cambio, en las turbinas de ***cámara cerrada***, con largas tuberías con corriente forzada de agua, sí son importantes.

h_d es la pérdida de carga en el distribuidor

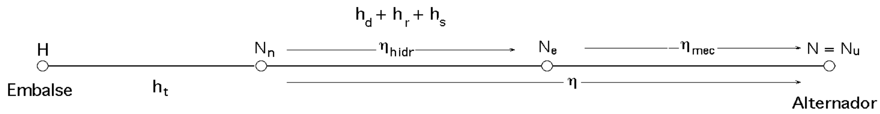
h_d' es la pérdida de carga entre el distribuidor y el rodete, sobre todo por choque a la entrada de la rueda

h_r es la pérdida de carga en el rodete

h_s es la pérdida de carga en el tubo de aspiración

h_s' es la pérdida de carga a la salida del difusor, por ensanchamiento brusco de la vena líquida; según Belanguer es de la forma:

$$h_s' = \frac{(c_3 - c_a)^2}{2g} = \{c_a \to 0\} \quad \frac{c_3^2}{2g}$$



La potencia efectiva H_{ef} se puede calcular teniendo en cuenta la Fig II.3, tomando como plano de referencia el AA', aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos (1) y (2), e igualando ambas expresiones, en la forma:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Punto 1 : } H = (H_s + H_r) + \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{c_1^2}{2g} + h_d + h_t \\ \text{Punto 2 : } H = H_s + \dfrac{p_2}{\gamma} + \dfrac{c_2^2}{2g} + H_{ef} + h_r + h_d + h_t \end{array}\right\} \quad H_{ef} = H_r + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - h_r$$

en la que H_{ef} es la energía hidráulica generada en la turbina y que interesa sea lo más elevada posible.

Si no hay pérdidas mecánicas: $N_{ef} = N$, siendo N la potencia al freno.

Las diferencias de presiones y velocidades:

$$p_1 - p_2 \ ; \ c_1^2 - c_2^2$$

deben ser grandes, para lo cual c_2 y p_2 deben tender a cero.

Se cumple que: $\left\{\begin{array}{l} \text{Turbinas de acción: } p_1 = p_2 \\ \text{Turbinas de reacción: } p_1 > 0 \ ; \ p_2 < 0 \end{array}\right.$

II.2.- DIAGRAMA DE PRESIONES

Los diagramas de presiones permiten conocer las variaciones de los diferentes tipos de energía en cada punto de la turbina. Hay que tener en cuenta que si la turbina está instalada sin tuberías de conexión, ***es una turbina de cámara abierta $H_n = H$,*** mientras que si existen tuberías de conexión ***es una turbina de cámara cerrada $H_n = H - h_t$***

DIAGRAMA DE PRESIONES EN LA TURBINA DE REACCIÓN.- De acuerdo con la Fig II.4, aplicando Bernoulli al punto (1) de entrada del agua en el rodete, con pérdidas hidráulicas, respecto al nivel aguas abajo, se obtiene:

$$H = H_s + H_r + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + h_d + h_t = \left| \begin{array}{l} z = H_s + H_r \\ x = \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{c_1^2}{2g} + h_d + h_t \end{array} \right| = z + x$$

en la que h_d son las pérdidas en el distribuidor y h_t las pérdidas en la tubería, obteniéndose la ecuación de una recta de la forma, $H = z + x$

Aplicando Bernoulli entre los puntos (2) salida del rodete y (3) salida del tubo de aspiración se tiene:

$$\text{Punto 2: } H = H_s + H_{ef} + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + h_t + h_r + h_d \qquad H_{ef} = H - H_s - \frac{p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2g} - (h_t + h_d + h_r)$$

$$\text{Punto 3: } H = H_{ef} + \frac{c_3^2}{2g} + h_t + h_r + h_d + h_s \qquad H_{ef} = H - \frac{c_3^2}{2g} - (h_t + h_d + h_r + h_s)$$

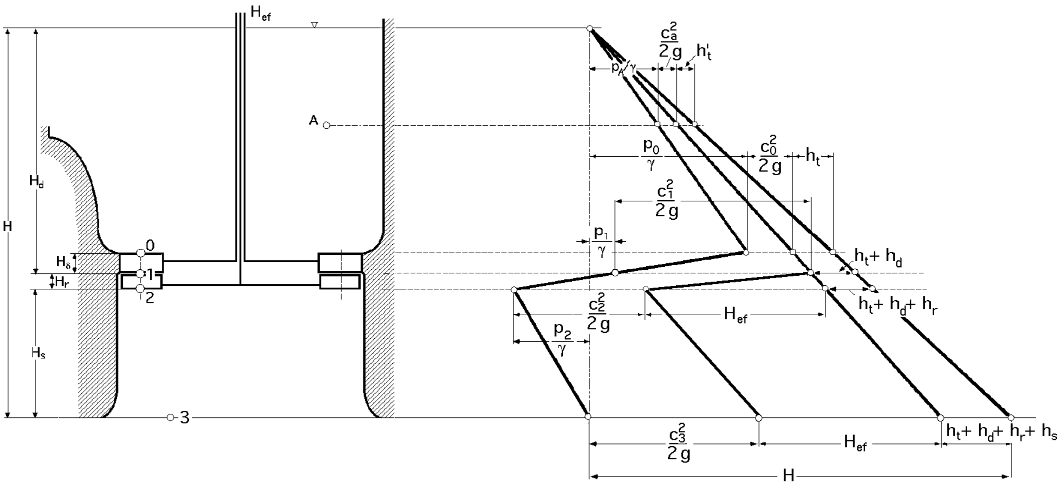


Fig II.4.a.- Diagrama de presiones en la turbina de reacción

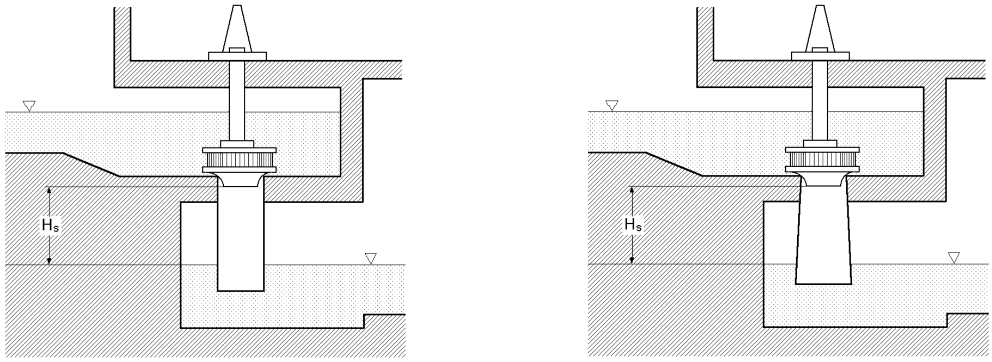


Fig II.4.b.- Tubos de aspiración cilíndrico y troncocónico en la turbina de reacción

Las pérdidas h_s en el tubo de aspiración son de la forma:

$$h_s = H_s + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_3^2}{2\,g} \xrightarrow{\text{y considerando } c_3 \to 0} h_s = H_s + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2\,g}$$

La relación entre la altura efectiva y la total es:

$$\eta = \frac{H_{ef}}{H} = 1 - \frac{H_s}{H} - \frac{p_2}{\gamma H} - \frac{c_2^2}{2\,g\,H} - \frac{h_t + h_d + h_r}{H}$$

Si a la turbina de reacción se la quita el tubo de aspiración: $p_2 = p_{atm} = 0$; aplicando Bernoulli en el punto (2) de la Fig II.5 resulta:

$$H = H_s + 0 + \frac{c_2^2}{2\,g} + H_{ef} + h_t + h_d + h_r \quad ; \quad H_{ef} = H - H_s - \frac{c_2^2}{2\,g} - (h_t + h_d + h_r)$$

La relación entre la altura efectiva y la total es:

$$\eta = \frac{H_{ef}}{H} = 1 - \frac{H_s}{H} - \frac{c_2^2}{2\,g\,H} - \frac{h_t + h_d + h_r}{H}$$

observándose que el rendimiento η de una turbina con tubo de aspiración sale mejorado en el término

$(p_2/\gamma H)$ que es la energía correspondiente a la depresión originada a la entrada del tubo de aspiración; ésto hace que la turbina de reacción no se emplee sin dicho tubo de aspiración.

DIAGRAMA DE PRESIONES EN LA TURBINA DE ACCIÓN.- Aplicando Bernoulli a los puntos (1) y (2) de la turbina representada en la Fig II.6, y tomando como referencia el nivel inferior, se obtiene:

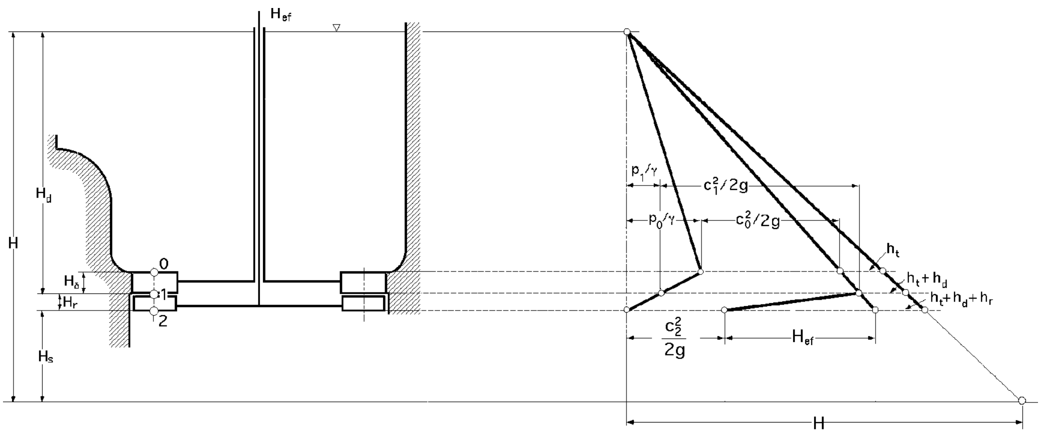


Fig II.5.a.- Diagrama de presiones de la turbina de reacción sin tubo de aspiración

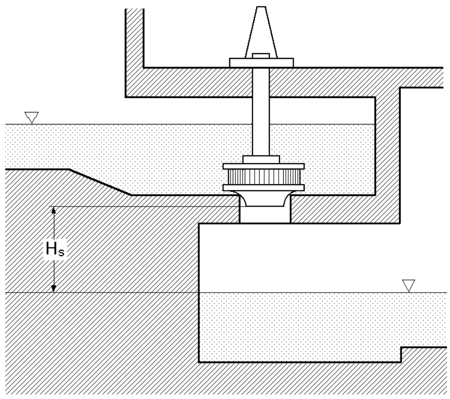


Fig II.5.b.- Esquema de la turbina de reacción sin tubo de aspiración

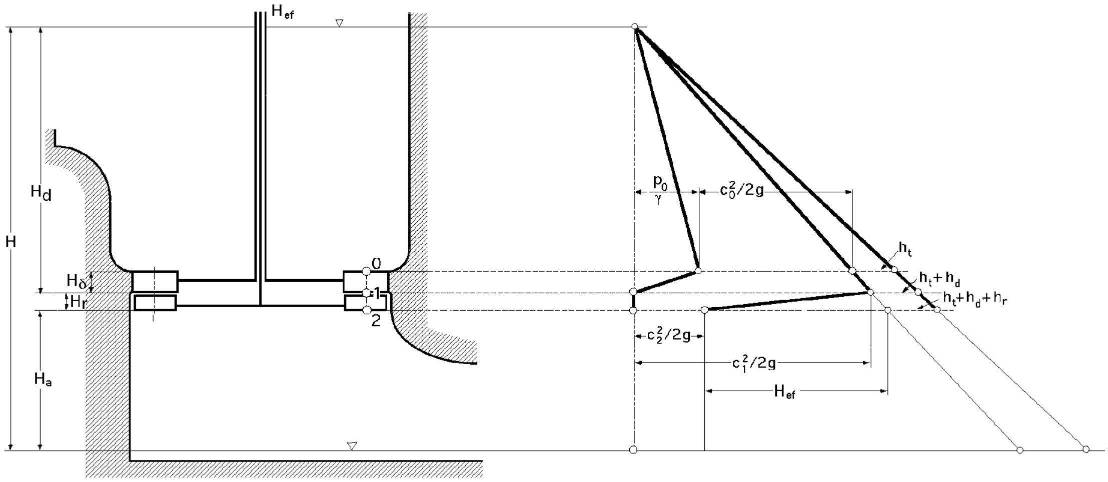


Fig II.6.- Pérdidas en la turbina de acción

Punto 1: $H = H_a + H_r + 0 + \dfrac{c_1^2}{2\,g} + h_t + h_d$

Punto 2: $H = H_a + H_{ef} + 0 + \dfrac{c_2^2}{2\,g} + h_t + h_d + h_r$ $\qquad H_{ef} = H - H_a - \dfrac{c_2^2}{2\,g} - (h_t + h_d + h_r)$

$$\eta = \frac{H_{ef}}{H} = 1 - \frac{H_a}{H} - \frac{c_2^2}{2\,g\,H} - \frac{h_t + h_d + h_r}{H}$$

en la que la altura H_a (entre la salida del rodete y el nivel inferior) no se aprovecha

FUERZA QUE EJERCE EL AGUA A SU PASO ENTRE LOS ÁLABES DE LA TURBINA DE REACCIÓN.- Supondremos que el rotor se mueve con una velocidad periférica $\boldsymbol{u}$; el agua entra en el rodete con una velocidad relativa $\boldsymbol{w_1}$ y sale del mismo con una velocidad relativa $\boldsymbol{w_2}$ variando esta velocidad al paso por los álabes. En consecuencia existe una fuerza que realiza esta operación acelerativa, cuyas componentes son, Fig II.7:

$$X = m\,j_x = m\,\frac{\Delta w_n}{t} = \frac{G}{g}\,\Delta w_n = \frac{\gamma Q}{g}\,\Delta w_n = \frac{G\,(w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)}{g} = \frac{\gamma Q\,(w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)}{g}$$

$$Y = m\,j_y = m\,\frac{\Delta w_m}{t} = \frac{G}{g}\,\Delta w_m = \frac{\gamma Q}{g}\,\Delta w_m = \frac{G\,(w_1 \operatorname{sen}\beta_1 - w_2 \operatorname{sen}\beta_2)}{g} = \frac{\gamma Q\,(w_1 \operatorname{sen}\beta_1 - w_2 \operatorname{sen}\beta_2)}{g}$$

siendo G el gasto en kg/seg y Q el caudal en m^3/seg.

Reacción E originada por la aceleración:

$$E = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{G\,\sqrt{(w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)^2 + (w_1 \operatorname{sen}\beta_1 - w_2 \operatorname{sen}\beta_2)^2}}{g} =$$

$$= \frac{G\,\sqrt{w_1^2 + w_2^2 - 2\,w_1 w_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)}}{g}$$

La potencia efectiva es:

$$N_{ef} = X\,u = \frac{G\,u\,(w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)}{g} = \frac{\gamma\,Q\,u\,(w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)}{g}$$

expresión que sirve también para la turbina de reacción.

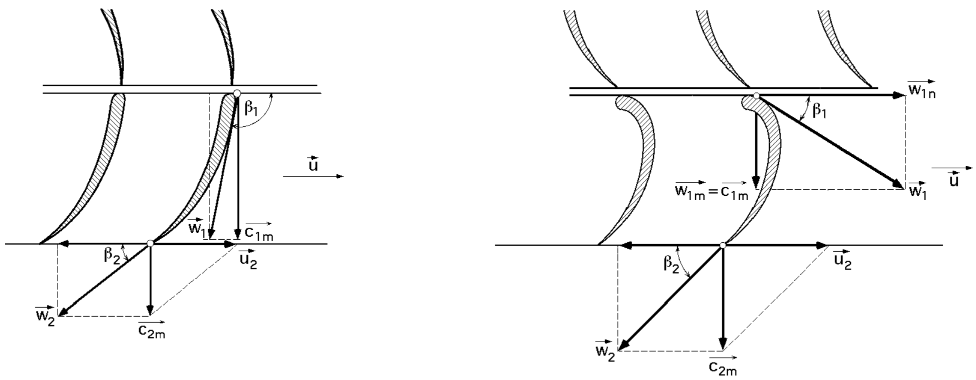


Fig II.7.- Movimiento del agua en las turbinas hidráulicas; triángulos de velocidades

En la turbina de reacción la potencia se genera a causa de la variación de la presión entre la entrada y la salida, teniendo lugar una aceleración de w_1 a w_2 $\quad w_2 > w_1$.

En la turbina de acción el agua circula libremente en las cazoletas, produciéndose un frenado por lo que $w_2 < w_1$, siendo la velocidad de salida: $w_2 = \psi\, w_1$, con $(\psi < 1)$.

II.3.- GRADO DE REACCIÓN

Por definición, el grado de reacción σ es la relación existente entre la altura piezométrica en el rodete y la altura H_n en la forma:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Altura piezométrica rodete: } \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r \\ H_n = \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g} + H_r \end{array}\right\} \qquad \sigma = \frac{\dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r}{H_n} = 1 - \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g\,H_n}$$

$$H_n = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g} + H_r = \left| \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r = \sigma\,H_n \right| = \sigma\,H_n + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g}$$

$$\text{El salto } H_n \text{ es la suma de: } \left\{\begin{array}{l} \text{Energía de presión: } \sigma\,H_n = \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r \quad (\text{Fenómeno de reacción}) \\ \text{Energía dinámica: } \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g} \end{array}\right.$$

y el grado de reacción: $\sigma = 1 - \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g\,H_n}$

Para una turbina de reacción ficticia en la que $(c_1 = c_2 = 0)$ el grado de reacción sería $(\sigma = 1)$

Para una turbina de acción: $(p_1 = p_2 = 0)$, $\sigma = H_r/H_n$ que prácticamente es cero $\qquad H_n = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g}$

II.4.- ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS TURBINAS

Para determinar la ecuación fundamental de las turbinas, (y en general para cualquier turbomáquina), se pueden tomar como referencia los puntos (1) y (2), Fig II.3, en la forma:

$$\left.\begin{array}{l} H = H_s + H_r + \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{c_1^2}{2\,g} + h_d + h_t \\ H = H_s + \dfrac{p_2}{\gamma} + \dfrac{c_2^2}{2\,g} + H_{ef} + h_r + h_d + h_t \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} H_{ef} = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g} + \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r - h_r \ \text{(con pérdidas)} \\ H_{ef} = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g} + \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r \ \text{(sin pérdidas)} \end{array}\right.$$

y aplicando el Teorema de Bernoulli al fluido en rotación entre (1) y (2), y considerando $(z_1 - z_2 = H_r)$, se obtiene la ***energía de presión en el rodete***, en la forma:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{w_1^2}{2\,g} - \frac{u_1^2}{2\,g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{w_2^2}{2\,g} - \frac{u_2^2}{2\,g} + h_r \qquad \frac{p_1}{\gamma} + H_r + \frac{w_1^2}{2\,g} - \frac{u_1^2}{2\,g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2\,g} - \frac{u_2^2}{2\,g} + h_r$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \left\{\begin{array}{l} \dfrac{w_2^2 - w_1^2}{2\,g} - \dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2\,g} - H_r \ \text{(sin pérdidas)} \\ \dfrac{w_2^2 - w_1^2}{2\,g} - \dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2\,g} - (H_r - h_r) \ \text{(con pérdidas)} \end{array}\right.$$

La altura efectiva, (***ecuación fundamental de las turbinas***), queda en la forma:

$$H_{ef} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2\,g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2\,g} = \left| \begin{array}{l} w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2\,c_1 u_1 \cos\alpha_1 \\ w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2\,c_2 u_2 \cos\alpha_2 \end{array} \right| = \frac{c_1 u_1 \cos\alpha_1 - c_2 u_2 \cos\alpha_2}{g} =$$

$$= \frac{c_{1n} u_1 - c_{2n} u_2}{g} = \eta_{hid}\, H_n \ \text{, con: } H_n = H - h_t$$

II.5.- NUMERO DE REVOLUCIONES DEL RODETE

En condiciones de rendimiento máximo se tiene:

$$c_2\, u_2 \cos\alpha_2 = 0 \qquad \eta_{hid}\, H_n\, g = c_1\, u_1 \cos\alpha_1$$

es decir, $\alpha_2 = 90°$, por lo que las direcciones de $\boldsymbol{u_2}$ y $\boldsymbol{c_2}$ tienen que ser sensiblemente perpendiculares; el número de r.p.m. del rodete se calcula como sigue:

$$u_1 = \frac{\eta_{hid}\, H_n\, g}{c_1 \cos\alpha_1} = \left| c_1 = \phi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} \right| = \frac{\eta_{hid}\, H_n\, g}{\phi_1 \sqrt{2\,g\,H_n}\, \cos\alpha_1} = \frac{\sqrt{2\,g\,H_n}\; \eta_{hid}}{2\,\phi_1 \cos\alpha_1} = \frac{\pi D_1 n}{60}$$

$$n = \frac{60\sqrt{2\,g\,H_n}\; \eta_{hid}}{2\,\pi D_1 \phi_1 \cos\alpha_1} = \frac{30\sqrt{2\,g}\; \eta_{hid}}{\pi \phi_1 \cos\alpha_1}\, \frac{\sqrt{H_n}}{D_1} = n_s^* \frac{\sqrt{H_n}}{D_1}$$

siendo: $\boldsymbol{n_s^* = n}$, para: $D_1 = 1$ m y $H_n = 1$ m.

II.6.- TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES

TURBINA DE REACCIÓN

Velocidad absoluta de entrada del agua en el rodete c_1.- Aplicando Bernoulli entre ***(a)*** y ***(1)***, con plano de comparación en ***(1)***, Fig II.8:

$$0 + \frac{p_{atm}}{\gamma} + H_d = \frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} \qquad \frac{c_1^2}{2\,g} = H_d - \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} \quad ; \quad c_1 = \sqrt{2\,g\,(H_d - \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma})}$$

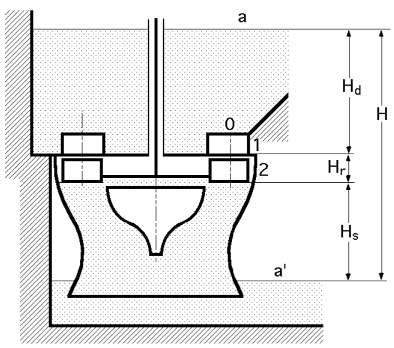


Fig II.8.- Esquema de TH de reacción

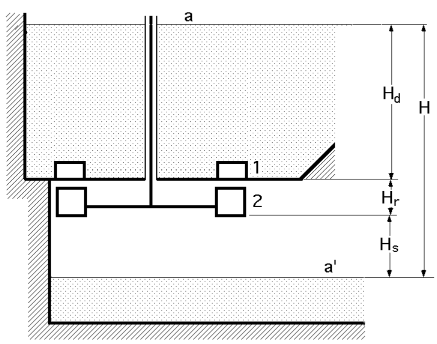


Fig II.9.- Esquema de TH de acción

Otra expresión de c_1 en función de los ángulos α_1 y β_1 se obtiene a partir de la ecuación fundamental, en condiciones de rendimiento máximo, y del triángulo de velocidades, en la forma:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{g\,H_n\,\eta_{hid}}{c_1 \cos\alpha_1} \\ \frac{u_1}{\operatorname{sen}(\beta_1-\alpha_1)} &= \frac{c_1}{\operatorname{sen}\beta_1} \end{aligned}\right\} \qquad c_1 = \frac{u_1 \operatorname{sen}\beta_1}{\operatorname{sen}(\beta_1-\alpha_1)} = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\beta_1}{\cos\alpha_1 \operatorname{sen}(\beta_1-\alpha_1)}\, g\,H_n\,\eta_{hid}}$$

***Velocidad periférica** u_1.-* La velocidad periférica $\boldsymbol{u}$, en función de los ángulos α_1 y β_1 es:

$$\frac{u_1}{\operatorname{sen}(\beta_1-\alpha_1)} = \frac{c_1}{\operatorname{sen}\beta_1} = \left| c_1 = \frac{g\,H_n\,\eta_{hid}}{u_1 \cos\alpha_1} \right| = \frac{g\,H_n\,\eta_{hid}}{u_1 \cos\alpha_1 \operatorname{sen}\beta_1}$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(\beta_1-\alpha_1)}{\operatorname{sen}\beta_1 \cos\alpha_1)}\, g\,H_n\,\eta_{hid}} = \dots = \sqrt{g\,H_n\,\eta_{hid}\,(1 - \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\beta_1})}$$

observándose que u_1 aumenta si $\beta_1 > 90^\circ$, y cuanto mayor sea α_1

***Velocidad de salida** w_2.-* Aplicando Bernoulli al agua en rotación entre (2) y (1) y considerando el plano de referencia que pasa por (2), resulta:

$$\frac{p_2}{\gamma} + 0 + \frac{w_2^2}{2\,g} - \frac{u_2^2}{2\,g} = \frac{p_1}{\gamma} + H_r + \frac{w_1^2}{2\,g} - \frac{u_1^2}{2\,g}$$

$$w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\,(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_r) = 2\,g\,(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H - H_d - H_s)$$

y suponiendo régimen hidrostático entre (a') y (2), Fig II.8, se tiene:

$$p_{atm} = p_2 + \gamma\,H_s \qquad \frac{p_2}{\gamma} + H_s = \frac{p_{atm}}{\gamma}$$

$$w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2 = 2\,g\,(\frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma} + H - H_d) = 2\,g\,H - 2\,g\,(H_d - \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma}) = 2\,g\,H - c_1^2$$

$$w_2^2 - u_2^2 = w_1^2 - u_1^2 + 2\,g\,H - c_1^2 = \left| w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2\,u_1 c_1 \cos\alpha_1 \right| = 2\,g\,H_n - 2\,u_1 c_1 \cos\alpha_1$$

$$w_2^2 = u_2^2 + 2\,g\,H_n - 2\,u_1 c_1 \cos\alpha_1$$

***Velocidad absoluta de salida del agua** c_2*

$$c_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2\,u_2 w_2 \cos\beta_2 = w_2^2 + u_2^2 + 2\,w_2 u_2 - 2\,w_2 u_2 - 2\,u_2 w_2 \cos\beta_2 =$$

$$= (w_2 - u_2)^2 + 2\,w_2 u_2\,(1 - \cos\beta_2) = (w_2 - u_2)^2 + 4\,w_2 u_2 \operatorname{sen}^2\frac{\beta_2}{2}$$

TURBINA DE ACCIÓN

Al ser: $p_1 = p_{atm}$ $\quad\begin{cases} c_{1t} = \sqrt{2\,g\,H_d} & \text{(sin rozamiento en el inyector)} \\ c_1 = \phi_1\,c_{1t} = \phi_1\sqrt{2\,g\,H_d} = \phi_1\sqrt{2\,g\,H_n} & \text{(con rozamiento en el inyector)} \end{cases}$

siendo ϕ_1 un coeficiente de reducción de velocidad; en la turbina de acción la altura de carga del distribuidor se utiliza íntegramente en producir la velocidad de entrada en la rueda c_1.

Comparándola con la de reacción:

$$2\,g\,(H_d - \frac{p_1 - p_2}{\gamma}) < 2\,g\,H_d \qquad c_{1_{reacción}} < c_{1_{acción}}$$

Para reducir las pérdidas a la salida de la turbina, los valores de las velocidades de salida relativa w_2 y circunferencial u_2 deberían estar muy próximas y ser el ángulo constructivo β_2 de los álabes muy pequeño.

$$c_2^2 = (w_2 - u_2)^2 + 4\, w_2 u_2\, \text{sen}^2 \frac{\beta_2}{2} = \{w_2 \approx u_2\} = 4\, u_2^2\, \text{sen}^2 \frac{\beta_2}{2} \qquad c_2 = 2\, u_2\, \text{sen}\, \frac{\beta_2}{2}$$

II.7.- RENDIMIENTO MÁXIMO

Para que el rendimiento hidráulico de la turbina sea máximo, interesa que lo sea H_{ef} lo que sucede cuando ($\alpha_2 = 90°$), β_2 es muy pequeño y u_2 despreciable, obteniéndose:

$$g\, H_n\, \eta_{hid} = c_1\, u_1 \cos \alpha_1$$

$$\text{Turbinas de acción } (\sigma = 0): \begin{cases} H_n = \sigma\, H_n + \dfrac{c_{1t}^2}{2\,g} \qquad c_{1t} = \sqrt{2\,g\,H_n (1 - \sigma)} = \sqrt{2\,g\,H_n} \qquad H_n = \dfrac{c_{1t}^2}{2\,g} \\ c_1 = \phi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} \qquad H_n = \dfrac{c_1^2}{2\,g\,\phi_1^2} \end{cases}$$

$$c_1 = \phi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = \{ g\,H_n \eta_{hid} = c_1 u_1 \cos \alpha_1 \} = \phi_1 \sqrt{2\, \frac{c_1 u_1 \cos \alpha_1}{\eta_{hid}}} = \{ \alpha_1 = 0 \} = \phi_1 \sqrt{2\, \frac{c_1 u_1}{\eta_{hid}}}$$

$$u_1 = \frac{c_1}{2\,\phi_1^2}\, \eta_{hid} = u \qquad \frac{u}{c_1} = \frac{\eta_{hid}}{2\,\phi_1^2} < \frac{1}{2}$$

Si el rendimiento hidráulico fuese del 100% y no existiesen rozamientos en el inyector se verificaría que ($c_1/2 = u_1$), y la velocidad periférica sería la mitad de la velocidad del chorro de agua a la entrada; en la práctica esta velocidad es menor.

II.8.- CAUDAL

Si Q es el caudal que circula por el distribuidor y Q_r el que circula por el rodete y llamando Ω_d a la sección transversal del compartimento entre álabes a la salida del distribuidor, el valor de Q es:

$$Q = \mu_d\, \Omega_d\, c_1 = \mu_d\, \Omega_d \sqrt{2\,g\,(H_d - \frac{p_1 - p_{atm}}{\gamma})}$$

siendo μ_d el coeficiente de contracción del agua para esta sección.

El caudal Q_r que circula por el rodete es ($Q_r = Q - q$) siendo q el caudal que se pierde por fugas en el juego del rodete o intersticios existentes entre el distribuidor y el rodete; con esta matización se tiene que el caudal entrante en el rodete es el mismo que sale, es decir ($Q_E = Q_S$) obteniéndose:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{A la entrada:} & Q_E = Q - q = \mu_1\, \Omega_1\, w_1 \\ \text{A la salida:} & Q_S = Q - q = \mu_2\, \Omega_2\, w_2 \end{array} \right\} \qquad \mu_d\, \Omega_d\, c_1 = \mu_1\, \Omega_1\, w_1 = \mu_2\, \Omega_2\, w_2 \qquad w_2 = \frac{\mu_d\, \Omega_d\, c_1}{\mu_2\, \Omega_2}$$

y la ***ecuación fundamental*** queda en la forma:

$$g\,H_n\,\eta_{hid} = c_1 u_1 \cos\alpha_1 = \left|\, u_1 = u_2 \frac{D_1}{D_2} = |\, u_2 = w_2 \cos\beta_2 | = w_2 \cos\beta_2 \frac{D_1}{D_2} \,\right| =$$

$$= c_1 w_2 \cos\beta_2 \frac{D_1}{D_2} \cos\alpha_1 = \left|\, w_2 = \frac{\mu_d\,\Omega_d\,c_1}{\mu_2\,\Omega_2} \,\right| = c_1^2 \frac{\mu_d\,\Omega_d}{\mu_2\,\Omega_2} \frac{D_1}{D_2} \cos\alpha_1 \cos\beta_2$$

y ***como prácticamente*** α_1 ***y*** β_2 ***están próximos a 0º y 180º, respectivamente,*** se pueden hacer (en valor absoluto) las siguientes aproximaciones:

$$\left.\begin{array}{ll} \eta_{hid} & \cos\beta_2 \cos\alpha_1 \\ \dfrac{\mu_d}{\mu_2} & 1 \end{array}\right\} \qquad g\,H_n = c_1^2 \frac{\Omega_d}{\Omega_2} \frac{D_1}{D_2} = 2\,g\,H_n (1 - \sigma) \frac{\Omega_d}{\Omega_2} \frac{D_1}{D_2} \qquad \frac{\Omega_2}{\Omega_d} = 2\,(1 - \sigma) \frac{D_1}{D_2}$$

que proporciona una relación aproximada entre las secciones y el grado de reacción σ.

$$\left\{\begin{array}{lll} \text{Si la turbina es de tipo hélice: } & D_1 = D_2 & \dfrac{\Omega_2}{\Omega_d} = 2\,(1 - \sigma) \\ \text{Si la turbina es de acción: } & \sigma = 0 & \dfrac{\Omega_2}{\Omega_d} = 2 \dfrac{D_1}{D_2} \end{array}\right.$$

Suponiendo que el ancho del canal de paso entre los álabes del distribuidor es ***a*** y la altura de los álabes ***b***, siendo Z el numero de éstos, el caudal viene dado por: $Q = a\,b\,Z\,c_1$.

III.- SALTOS HIDRÁULICOS

III.1.- CONCEPTO DE SALTO EN TURBINAS HIDRÁULICAS

En las ***TURBINAS DE REACCIÓN*** el ***salto bruto o altura geométrica H*** es la diferencia de niveles entre la cámara de carga y el canal de fuga a la salida del tubo de aspiración, Fig III.2, es decir:

$$H = z_M - z_a$$

El ***salto neto H_n*** es la energía que por kg de agua se pone a disposición de la turbina.

En Europa se considera como turbina desde la entrada del distribuidor, punto M_0, hasta el nivel del canal de desagüe, punto M_a, por lo que se tiene:

$$H_n = \left(\frac{c_0^2}{2 g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_a^2}{2 g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right)$$

En USA se supone que la turbina comienza a la entrada del distribuidor, punto M_0, y termina en la sección de salida del difusor, punto M_3, con lo que la expresión americana del salto neto es:

$$H_n' = \left(\frac{c_0^2}{2 g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_3^2}{2 g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right)$$

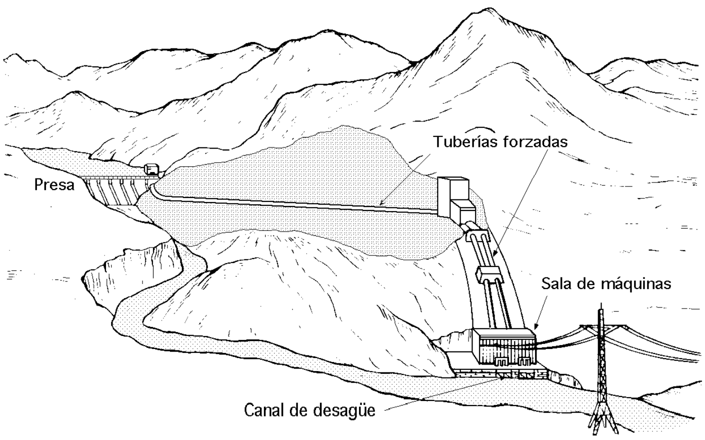
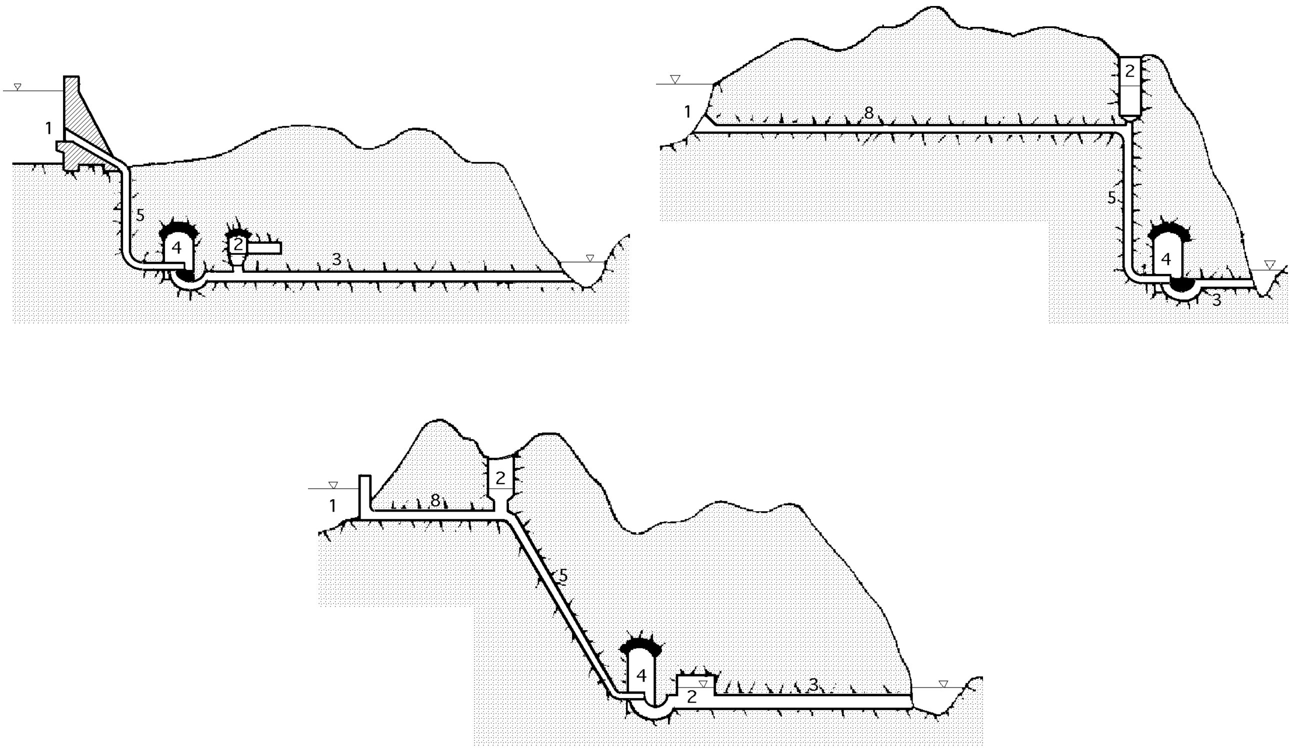
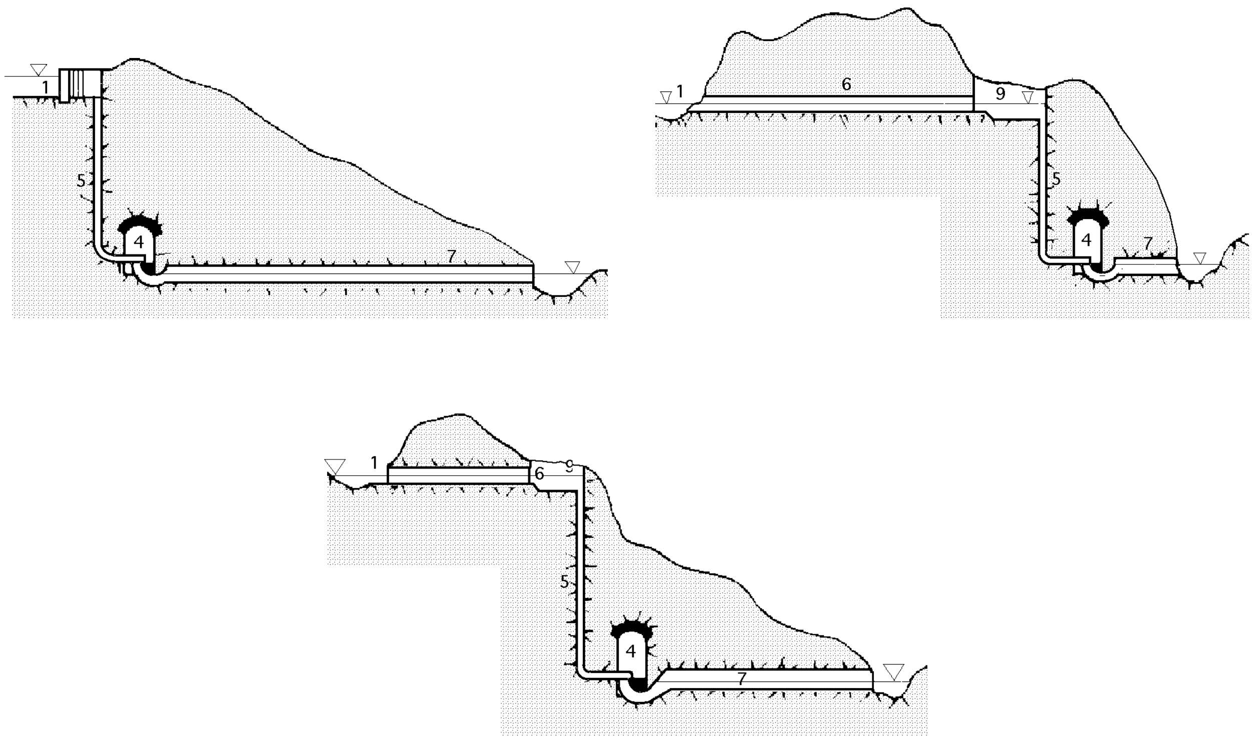


Fig III.I.- Esquema de un salto hidráulico



a) Sistemas de presión (chimeneas de equilibrio)



b) Sistemas de admisión en flujo abierto

1) Estructura de admisión; 2) Tanques de equilibrio (depósito de aire y chimenea de equilibrio));
3) Túnel de presión aguas abajo; 4) Sala de turbinas (central); 5) Conducción forzada;
6) Túnel de flujo abierto de admisión; 7) Túnel de flujo abierto de escape; 8) Túnel de presión de admisión;
9) Embalse de carga
Fig III.2- Sistemas de atenuación del golpe de ariete

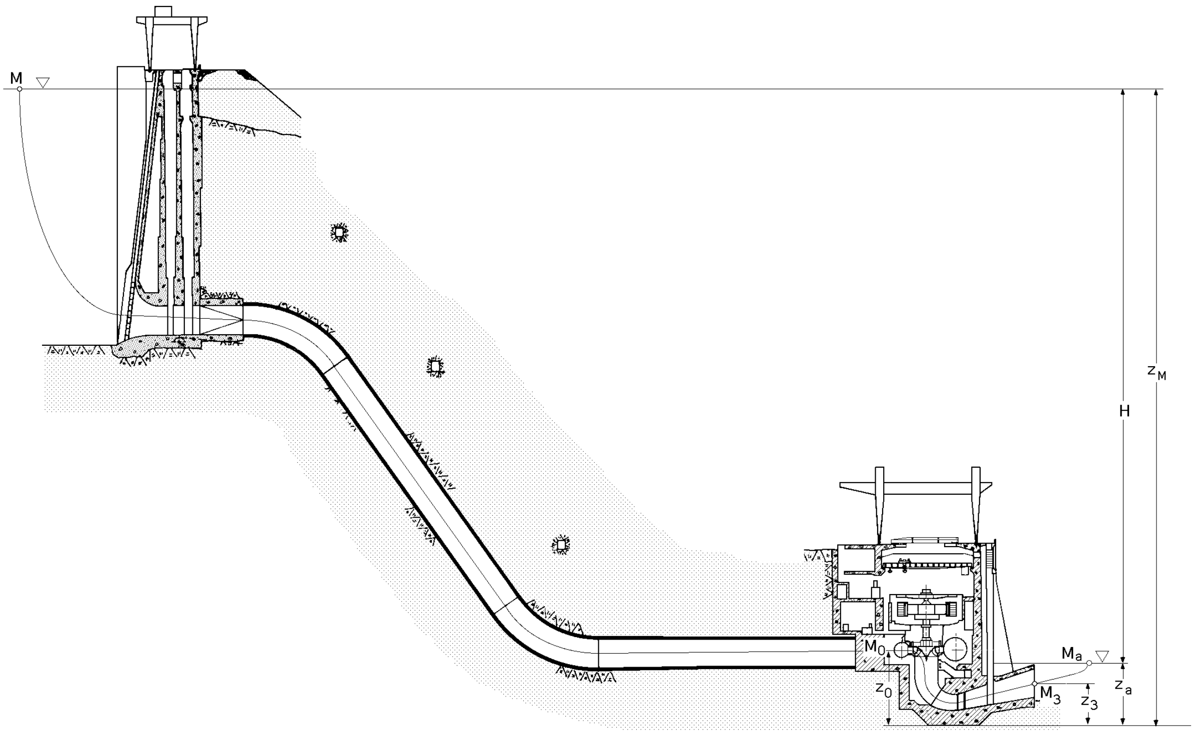


Fig III.3.-Nomenclatura utilizada en saltos con turbinas de reacción

Medida del salto neto en la Turbina de reacción.- Para el ***salto europeo***, de acuerdo con la Fig III.3, y teniendo en cuenta que, $p_a = p_{atm}$, se obtiene:

$$H_n = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right) = \left| \begin{matrix} \dfrac{c_M^2}{2g} + \dfrac{p_M}{\gamma} + z_M = \dfrac{c_0^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_0 + h_t \\ \dfrac{c_0^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_0 = \dfrac{c_M^2}{2g} + \dfrac{p_M}{\gamma} + z_M - h_t \end{matrix} \right| =$$

$$= (z_M - z_a) - h_t = H - h_t$$

ya que tanto c_M como c_a son despreciables.

Para el ***salto americano*** sabemos que:

$$H'_n = \left(\frac{c_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0\right) - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right) = \left| \begin{matrix} \text{Aplicando Bernoulli entre M y } M_0 \text{ se tiene:} \\ \dfrac{c_M^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_M = \dfrac{c_0^2}{2g} + \dfrac{p_0}{\gamma} + z_0 + h_t \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_M - h_t - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3\right) =$$

$$= \left| \begin{matrix} \text{Aplicando Bernoulli entre la salida del difusor } M_3 \text{ y el canal de desagüe } M_a \\ \dfrac{c_3^2}{2g} + \dfrac{p_3}{\gamma} + z_3 = \dfrac{c_a^2}{2g} + \dfrac{p_a}{\gamma} + z_a + h'_s = \left\{ h'_s \quad \dfrac{c_3^2}{2g} \right\} = \dfrac{c_a^2}{2g} + \dfrac{p_a}{\gamma} + z_a + \dfrac{c_3^2}{2g} \\ \dfrac{p_3}{\gamma} + z_3 = \dfrac{c_a^2}{2g} + \dfrac{p_a}{\gamma} + z_a \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{c_M^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_M - h_t - \left(\frac{c_3^2}{2g} + \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a\right) = \frac{c_M^2 - c_a^2}{2g} + z_M - z_a - h_t - \frac{c_3^2}{2g}$$

y como c_M y c_a son muy pequeños, resulta finalmente como valor del salto neto USA:

$$H_n' = z_M - z_a - h_t - \frac{c_3^2}{2\,g} = H - h_t - \frac{c_3^2}{2\,g}$$

y dado que el salto neto europeo es $(H_n = H - h_t)$, el salto neto USA se puede poner también en la forma:

$$H_n' = H_n - \frac{c_3^2}{2\,g}$$

observándose que el salto neto europeo es superior al salto neto USA.

Salto neto en la Turbina Pelton de un inyector.- En el caso de un solo inyector y eje de la turbina horizontal, si se considera la zona comprendida desde inmediatamente antes del inyector, punto A de la Fig III.4, hasta el punto de tangencia del chorro con la circunferencia media de la rueda, punto A_1, de acuerdo con la definición dada de salto neto, se tiene:

$$H_n = \frac{c_0^2}{2\,g} + \frac{p_0'}{\gamma} + z_0' - z_a = \left| \frac{p_0'}{\gamma} + z_0' = \frac{p_0}{\gamma} + z_0 \right| = \frac{c_0^2}{2\,g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 - z_a$$

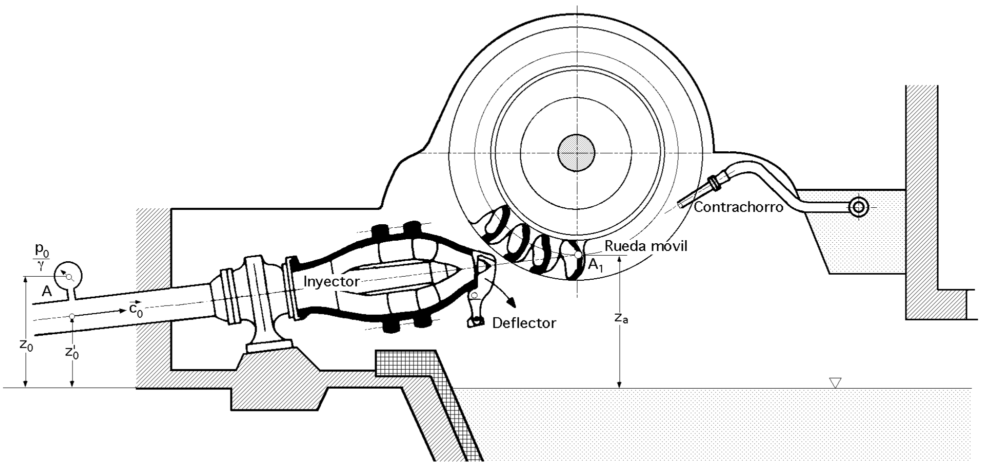


Fig III.4.- Turbina Pelton de un inyector

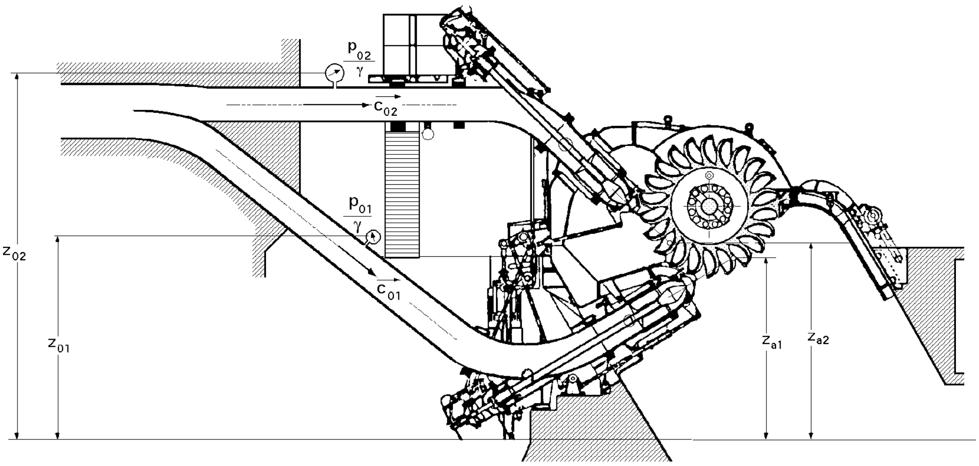
Salto neto en la turbina Pelton de varios inyectores.- Si por ejemplo se considera que la turbina tiene dos inyectores, Fig III.5, de diferentes características que proporcionan los caudales Q_1 y Q_2, (caso poco frecuente), el estudio se puede hacer como si el conjunto constase de dos turbinas, para los respectivos caudales Q_1 y Q_2, saltos correspondientes H_{n1} y H_{n2}, y potencias respectivas N_{n1} y N_{n2}, de la forma:

$$H_{n1} = \frac{c_{01}^2}{2\,g} + \frac{p_{01}}{\gamma} + z_{01} - z_{a1} \quad ; \quad N_{n1} = \gamma\, Q_1 H_{n1}$$

$$H_{n2} = \frac{c_{02}^2}{2\,g} + \frac{p_{02}}{\gamma} + z_{02} - z_{a2} \quad ; \quad N_{n2} = \gamma\, Q_2 H_{n2}$$

$$N_n = \gamma\, Q_1 H_{n1} + \gamma\, Q_2 H_{n2} = \gamma\, Q_1 \left(\frac{c_{01}^2}{2\,g} + \frac{p_{01}}{\gamma} + z_{01} - z_{a1}\right) + \gamma\, Q_2 \left(\frac{c_{02}^2}{2\,g} + \frac{p_{02}}{\gamma} + z_{02} - z_{a2}\right)$$

En este caso se puede tomar como salto neto el salto neto promediado H_n, que es el que tendría una turbina de un solo inyector que con el caudal total, $Q = Q_1 + Q_2$, diese la misma potencia, es decir:



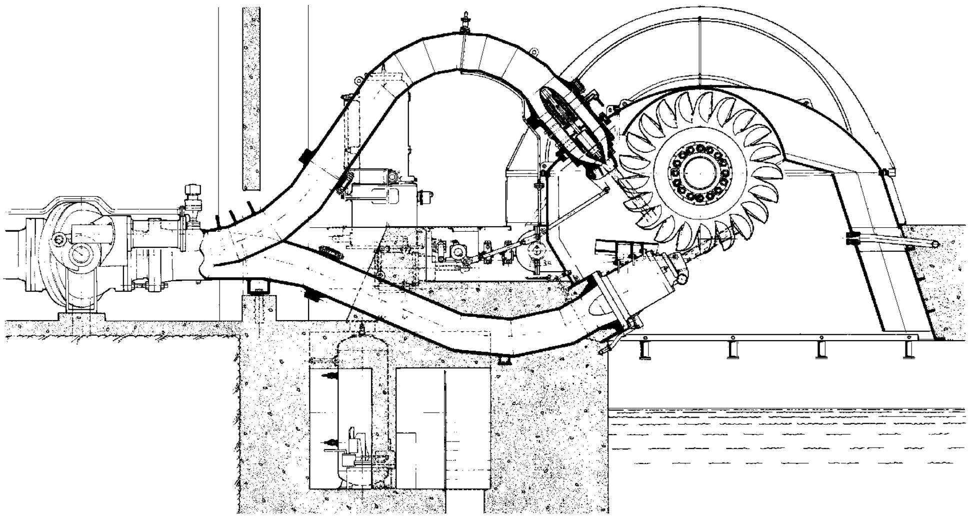


Fig III.5.-Turbina Pelton de dos inyectores

$$\gamma\, Q_1\, H_{n1} + \gamma\, Q_2\, H_{n2} = \gamma (Q_1 + Q_2)\, H_n = \gamma Q\, H_n$$

$$H_n = \frac{Q_1 \left(\frac{c_{01}^2}{2\,g} + \frac{p_{01}}{\gamma} + z_{01} - z_{a1}\right) + Q_2 \left(\frac{c_{02}^2}{2\,g} + \frac{p_{02}}{\gamma} + z_{02} - z_{a2}\right)}{Q_1 + Q_2} = \frac{Q_1\, H_{n1} + Q_2\, H_{n2}}{Q}$$

que se puede ampliar fácilmente para una turbina de eje horizontal y cualquier número de inyectores. Si la turbina fuese de eje vertical, las expresiones se simplifican, ($H_{n1} = H_{n2} = ...$), sobre todo, en el caso de tener los inyectores la misma sección, ($Q_1 = Q_2 = ...$), caso cada día más frecuente.

Medida del salto efectivo en la Turbina de reacción.- El salto efectivo es la energía realmente utilizada por la rueda, para su transformación en trabajo mecánico, de la forma:

Salto efectivo = Salto neto - Pérdidas (distribuidor + rodete + tubo aspiración)

El salto efectivo europeo es:

$$H_{ef} = H_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s) = H - (h_t + h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s) = H - \sum h_i = H_n \eta_{hid}$$

que se corresponde con la energía hidráulica transformada en energía mecánica en la turbina, por lo que tiene el mismo valor en las concepciones europea y USA.

Para el caso USA como, $\dfrac{c_3^2}{2\,g} = h'_s$, resulta:

$$H'_{ef} = H'_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s) = H - h_t - \frac{c_3^2}{2\,g} - (h_d + h'_d + h_r + h_s) = H - (h_t + h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s)$$

observándose que, $H'_{ef} = H_{ef}$

En turbinas de cámara abierta, $H_n = H$, y en turbinas de cámara cerrada, $H_n = H - h_t$

Rendimiento hidráulico.- El rendimiento hidráulico se define en la forma:

$$\eta_{hid} = \frac{N_{ef}}{N_n} = \frac{\text{Energía real utilizada por el rodete}}{\text{Energía puesta a disposición de la turbina}} = \frac{N_{ef}}{\gamma Q\, H_n} \qquad N_{ef} = \gamma Q\, H_n \eta_{hid}$$

y de acuerdo con lo anteriormente expuesto, con arreglo al concepto europeo se tiene:

$$\eta_{hid} = \frac{H_{ef}}{H_n} = \frac{H_n - (h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s)}{H_n} = 1 - \frac{h_d + h'_d + h_r + h_s + h'_s}{H_n}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{En Europa: } \eta_{hid} = \dfrac{H_{ef}}{H_n} \\ \text{En USA: } \eta'_{hid} = \dfrac{H'_{ef}}{H'_n} = \dfrac{H_{ef}}{H'_n} \end{array}\right\} \text{ y como: } H_n > H'_n \qquad \eta'_{hid} > \eta_{hid}$$

Energía utilizada por la turbina: $N_{ef} = \gamma Q\, H_{ef} = \gamma Q\, H_n \eta_{hid}$

Energía puesta a disposición de la turbina, $N_n = \gamma Q\, H_n$

$$\eta'_{man} = \frac{\text{Energía utilizada por el rodete}}{\text{Energía puesta a disposición de la turbina}} = \frac{N_e}{\gamma Q\, H'_n} = \left| H_n = H'_n + \frac{c_3^2}{2\,g} \right| = \frac{N_e}{\gamma Q\,(H_n - \dfrac{c_3^2}{2\,g})}$$

y como además:

$$\eta'_{man} = \frac{\text{Energía utilizada}}{\gamma Q\, H_n} \qquad \eta'_{hid} > \eta_{hid}$$

III.2.- VELOCIDADES

VELOCIDAD DE EMBALAMIENTO.- Se entiende por velocidad de embalamiento, aquella a turbina descargada y con el distribuidor abierto; suele ser 1,8 a 2,2 veces la velocidad de régimen según el tipo de turbina. Si se supone a la turbina en régimen estacionario (funcionamiento normal) y por cualquier circunstancia desaparece la carga y el regulador no actúa, la turbina se acelera; cuando funciona a la velocidad de régimen, el par motor es igual al par resistente, y la ecuación del movimiento de los rotores es de la forma:

$I\, \dfrac{dw}{dt} = C_m - C_r = 0$, por ser la velocidad angular $\vec{w}$ constante

Al desaparecer la carga, el par resistente disminuye hasta otro valor C'_r producido por las resistencias pasivas, que es muy pequeño, por lo que:

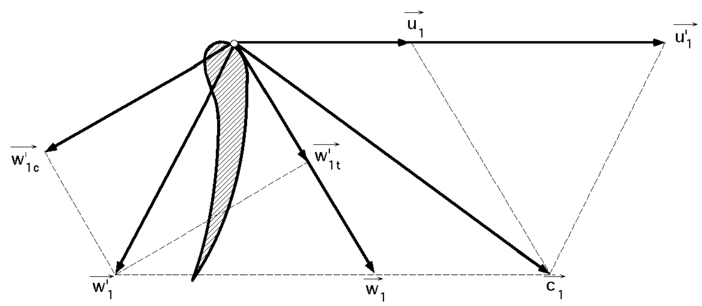


Fig III.6.- Triángulo de velocidades a la entrada y velocidad de embalamiento

$$I \frac{dw}{dt} >> 0$$

y la velocidad se embalará nuevamente hasta que ($C_r = C_m$) alcanzándose teóricamente una velocidad muy elevada. Sin embargo, en la práctica esta velocidad alcanza valores comprendidos entre 1,8 a 2,2 veces la velocidad de régimen, ya que cuando el rodete gira a la velocidad de régimen, la velocidad relativa de entrada del agua en la turbina es tangente al álabe a la entrada.

Al cesar la carga sin actuar el regulador, la velocidad c_1 sigue igual en magnitud y dirección, Fig III.6, pero u_1 aumenta hasta u'_1, con lo que w_1 se convierte en w'_1, y ya no es tangente al álabe a la entrada. Como w'_1 se puede descomponer en w'_{1t} tangente al álabe y en w'_{1c} perpendicular a w'_{1t} que se conoce como componente de choque, la cual se opone al movimiento produciendo un frenado, impide que la velocidad de embalamiento alcance valores excesivos, siendo:

$n_{máx}$ *< 1,8 n , para las turbinas de acción (Pelton)*

$n_{máx}$ *< 2 n , para las turbinas de reacción (Francis)*

$n_{máx}$ *< 2,2 a 2,4 n , para las turbinas hélice (Kaplan)*

VELOCIDAD SINCRÓNICA.- En general una turbina va acoplada a un alternador que ha de generar electricidad a una determinada frecuencia, que en España es de 50 ciclos por segundo, por lo que su velocidad debe ser tal que, conjugada con el número de pares de polos, produzca esta frecuencia.

La relación que liga la velocidad del alternador n con el número de pares de polos z y con la frecuencia f de la corriente en ciclos por segundo es:

$$f = \frac{z\,n}{60} \qquad \text{Para f = 50 ciclos por segundo: } z\,n = 3000$$

Las velocidades que cumplen la condición anterior se llaman velocidades sincrónicas; así, una turbina acoplada directamente a un alternador ha de tener una velocidad sincrónica de la forma:

Para, z = 1, n = 3.000 rpm ; z = 2, n = 1.500 rpm ; z = 3, n = 1.000 rpm ; z = 4, n = 750 rpm

III.3.- COEFICIENTES ÓPTIMOS DE VELOCIDAD

El ***rendimiento hidráulico*** de una turbina hidráulica viene dado por la expresión:

$$\eta_{hid} = \frac{u_1 c_{1n} - u_2 c_{2n}}{g\,H_n}$$

y depende de u_1, c_{1n}, u_2 y c_{2n}, definidos por los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida; estas velocidades no pueden ser escogidas al azar, si es que con ellas se desea obtener el máximo rendimiento. Para un tipo determinado de turbina, los ensayos efectuados en el Laboratorio sobre modelos reducidos, permiten determinar para diferentes valores del salto neto H_n los valores de las velocidades para los cuales se obtiene el máximo rendimiento; ***con objeto de evitar ensayar todos los modelos y tipos de turbinas, para todos los valores posibles del salto neto, se opera con independencia del salto H_n*** mediante la determinación de los llamados coeficientes óptimos de velocidad; para ello, se parte de las siguientes relaciones:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ c_1 = \phi_1 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ w_1 = \lambda_1 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ c_{1n} = \mu_1 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ c_{1m} = k_{1m} \sqrt{2\,g\,H_n} \\ u_2 &= \xi_2 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ c_2 = \phi_2 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ w_2 = \lambda_2 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ c_{2n} = \mu_2 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ c_{2m} = k_{2m} \sqrt{2\,g\,H_n} \end{aligned}\right\}$$

lo que equivale a definir dichas velocidades óptimas, como fracciones de la velocidad absoluta disponible, observándose que para cuando ($H_n = 1/2\,g$) estas velocidades son:

$$\begin{aligned} u_1 &= \xi_1\ ;\ c_1 = \phi_1\ ;\ w_1 = \lambda_1\ ;\ c_{1n} = \mu_1\ ;\ c_{1m} = k_{1m} \\ u_2 &= \xi_2\ ;\ c_2 = \phi_2\ ;\ w_2 = \lambda_2\ ;\ c_{2n} = \mu_2\ ;\ c_{2m} = k_{2m} \end{aligned}$$

que proporcionan un medio para determinar los valores de los coeficientes óptimos de velocidad para cada tipo de turbina; en efecto, bastará con ensayar todos los tipos bajo el salto común:

$$H_n = \frac{1}{2\,g}$$

hasta obtener, para cada turbina, los valores de u_1, c_1, w_1, c_{1n},... u_2, c_2, w_2, c_{2n},... que permitirán determinar el máximo rendimiento, y que coincidirán con los coeficientes óptimos de velocidad, correspondientes al tipo ensayado.

Como:

$$\frac{u_1}{\xi_1} = \frac{c_1}{\phi_1} = \frac{w_1}{\lambda_1} = \frac{c_{1n}}{\mu_1} = \frac{c_{1m}}{k_{1m}} = \dots = \frac{u_2}{\xi_2} = \frac{c_2}{\phi_2} = \frac{w_2}{\lambda_2} = \frac{c_{2n}}{\mu_2} = \frac{c_{2m}}{k_{2m}} = \sqrt{2\,g\,H_n}$$

los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida serán semejantes a los triángulos de los coeficientes de velocidades correspondientes, siendo la razón de semejanza igual a $\sqrt{2\,g\,H_n}$.

El ***rendimiento hidráulico de la turbina en función de los coeficientes óptimos de velocidad***, suponiendo una entrada en la rueda sin choque, viene dado por:

$$\eta_{hid} = \frac{u_1\,c_{1n} - u_2\,c_{2n}}{g\,H_n} = \left|\begin{matrix} u_1 = \xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ u_2 = \xi_2 \sqrt{2\,g\,H_n} \\ c_{1n} = \mu_1 \sqrt{2\,g\,H_n}\ ;\ c_{2n} = \mu_2 \sqrt{2\,g\,H_n} \end{matrix}\right| = 2\,(\xi_1\,\mu_1 - \xi_2\,\mu_2)$$

Para el caso de turbinas helicoidales, Kaplan, hélice, bulbo, etc, se tiene, $\xi_1 = \xi_2$, por lo que:

$$\eta_{hid} = 2\,\xi_1 (\mu_1 - \mu_2)$$

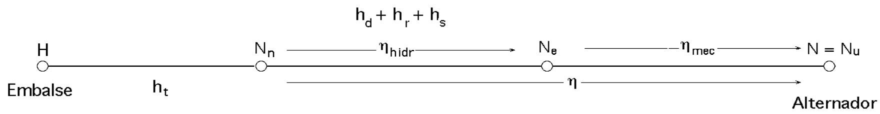
Para una turbina Pelton: $\left\{\begin{matrix} c_1 = c_{1n} & \mu_1 = \phi_1 \\ c_2 = c_{2n} & \mu_2 = \phi_2 \end{matrix}\right.$ $\quad \eta_{hid} = 2\,\xi_1 (\phi_1 - \phi_2)$

Para que dos turbinas tengan el mismo rendimiento hidráulico, basta que tengan iguales sus coeficientes óptimos de velocidad, con lo que a su vez tendrán semejantes los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida.

Grado de reacción: $1 - \sigma = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2\,g\,H_n} = \phi_1^2 - \phi_2^2$

III.4.- RENDIMIENTOS HIDRAULICO, VOLUMÉTRICO, ORGÁNICO Y GLOBAL

En las turbinas hidráulicas, las pérdidas se pueden clasificar en la siguiente forma:



a) Pérdidas de carga debidas al frotamiento del agua en la turbina (distribuidor y rodete), movimientos turbulentos, viscosidad y rugosidad de las paredes; las pérdidas que hasta este momento se han considerado son de este tipo, y a ellas corresponde el rendimiento hidráulico de la forma:

$$\eta_{hid} = \frac{N_{ef}}{N_n} = \frac{u_1\, c_{1n} - u_2\, c_{2n}}{g\, H_n}$$

b) Pérdidas de caudal q debidas a las fugas entre el estator (distribuidor), y la rueda móvil, a las que corresponde el rendimiento volumétrico:

$$\eta_{vol} = \frac{Q_{\text{rodete}}}{Q_{\text{distribuidor}}} = \frac{Q_r}{Q} = \frac{Q - q}{Q} > 0{,}95$$

c) Pérdidas por rozamiento mecánico, en los órganos de transmisión tales como cojinetes y pivotes, por ventilación y por arrastre de los aparatos auxiliares como taquímetros, bombas de aceite, etc., correspondiendo a estas pérdidas el rendimiento orgánico o mecánico (pérdidas mecánicas):

$$\eta_{org} = \frac{N}{N_e} = \frac{N_e - N_{\text{roz mec}}}{N_e}$$

en la que la potencia útil, o potencia al freno, es igual a la potencia efectiva menos las pérdidas de potencia por rozamiento mecánico.

La potencia útil es la potencia que se tiene en el eje, a la salida de la turbina:

$$N = N_{ef}\,\eta_{mec} = \left|\, \eta_{hid} = \frac{N_{ef}}{N_n} \,\right| = N_n\, \eta_{hid}\, \eta_{mec} = \gamma Q\, H_n \eta_{hid}\, \eta_{mec} = \gamma Q\, H_n \eta$$

La potencia generada en la turbina es la potencia efectiva N_{ef}

$$N_{ef} = \gamma Q\, H_n \eta_{hid} = \gamma\, Q_r\, H_{ef}$$

$$\text{Otros rendimientos manométricos son: } \begin{cases} \text{De la instalación: } \eta_{hid\ inst.} = \dfrac{u_1\, c_{1n} - u_2\, c_{2n}}{g\, H} \\ \text{Del rodete: } \eta_{hid\ rod.} = \dfrac{u_1\, c_{1n} - u_2\, c_{2n}}{g\,(H_{ef} + h_r)} \end{cases}$$

IV.- SEMEJANZA DE TURBINAS HIDRÁULICAS

IV.1.- SEMEJANZA DE TURBINAS HIDRÁULICAS

Para poder aplicar los resultados obtenidos en la Teoría de Modelos a los prototipos de turbinas hidráulicas, y comparar entre sí las del mismo tipo en diferentes circunstancias de funcionamiento, con diferentes tipos de rodetes, etc, es importante exigir una semejanza lo más perfecta posible, que incluya las acciones debidas a la rugosidad de las paredes, la viscosidad del fluido y la gravedad.

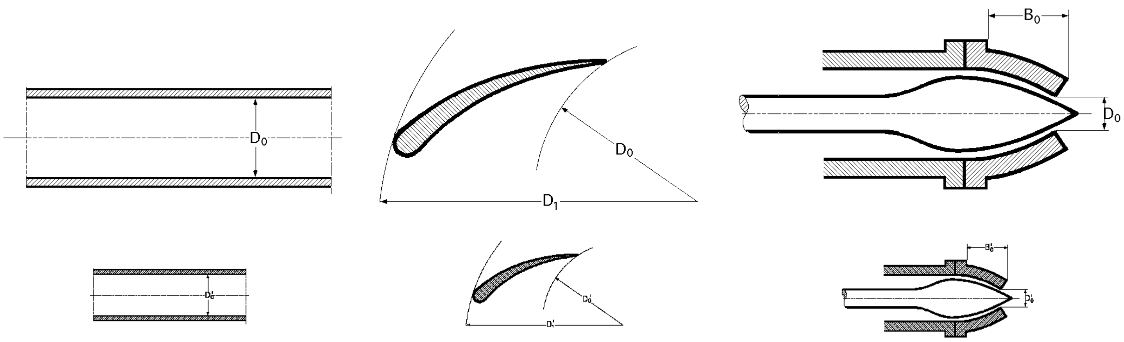


Fig IV.1.- Semejanza geométrica

Cuando interviene la rugosidad, dando lugar a fuerzas apreciables de rozamiento, la igualdad de rendimientos entre el modelo y el prototipo, exige que los ***coeficientes de rozamiento*** en el prototipo y en el modelo sean iguales, lo cual implica el que las rugosidades relativas sean también iguales, o lo que es lo mismo, que las rugosidades absolutas cumplan la condición de semejanza geométrica.

Esto requiere un pulido especial en el modelo, y si no es así, las pérdidas por rozamiento serán relativamente mayores en el modelo que en el prototipo.

Al aplicar la semejanza de Froude se prescinde de la viscosidad; la aplicación simultánea de la semejanza de Froude y Reynolds es de la forma:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Froude: } Fr = \dfrac{u_1}{u_{1'}} = \sqrt{\lambda} \\ \text{Reynolds: } Re = \dfrac{u_1}{u_{1'}} = \lambda^{-1}\dfrac{\nu_1}{\nu_{1'}} \end{array}\right\} \quad \dfrac{\nu_1}{\nu_{1'}} = \lambda^{3/2}$$

y como el prototipo es mayor o igual que el modelo $\lambda \geq 1$, resulta que $\nu_1 > \nu_1'$, por lo que para una semejanza que considere efectos de gravedad y viscosidad, es necesario que el líquido de funcionamiento del prototipo sea más viscoso que el del modelo.

Como normalmente se trabaja con el mismo líquido, tanto en el prototipo como en el modelo, ello quiere decir que el líquido con el que se ensaya el modelo es más viscoso que lo que exige la ley de semejanza $\nu_1 > \nu_{1'}$, por lo que los resultados obtenidos, en lo que respecta a los rendimientos, serán menores que los reales, es decir, el rendimiento del prototipo será superior al obtenido en el modelo.

RELACIONES DE SEMEJANZA.- Para determinar las relaciones que existen entre las características de dos turbinas del mismo tipo, geométrica y dinamicamente semejantes, en el supuesto de que ambas tengan el mismo rendimiento hidráulico, podemos hacer las siguientes consideraciones:

Para el modelo: Potencia N', nº de rpm n', caudal Q' (m³/seg), par motor C' (m.kg), salto neto H_n'

Para el prototipo: N, n, H_n, Q, C

En el estudio hay que suponer las siguientes condiciones:

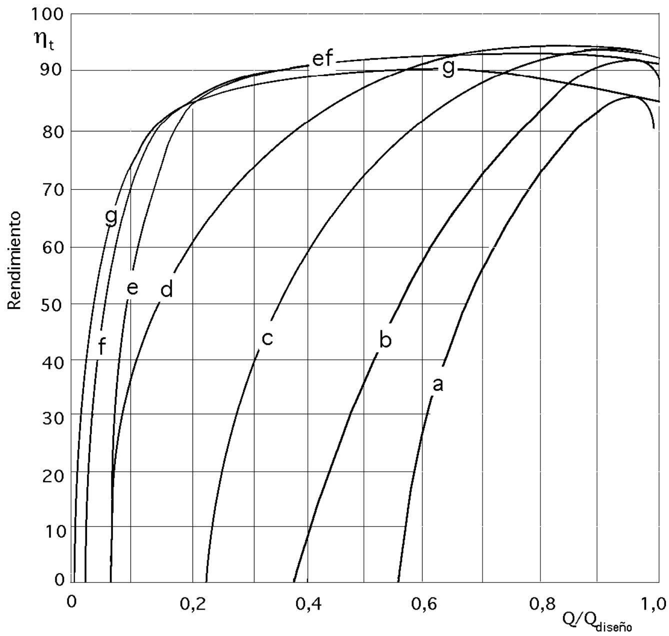
***a) Las dos turbinas tienen la misma admisión**, es decir, el mismo ángulo de apertura del distribuidor para las Francis y Kaplan-hélice, y la misma carrera relativa de la aguja para las Pelton.*

***b) El mismo número de unidades para cada turbina,** es decir, una sola rueda para las Francis y Kaplan-hélice, y un solo inyector para las Pelton.*

c) El rendimiento se mantiene prácticamente uniforme en la zona de funcionamiento de las turbinas, Fig IV.2

Para los diámetros y longitudes se puede poner:

$$\frac{D_0}{D_0'} = \frac{D_1}{D_1'} = \frac{B_0}{B_0'} = ... = \frac{D}{D'} = \lambda = \frac{\text{Prototipo}}{\text{Modelo}}$$



(a) Turbina hélice: n_s= 1050 (curva en gancho) ; (b) Turbina hélice: n_s= 650 ; (c) Turbina Francis: n_s= 500 ;

(d) Turbina Francis: n_s= 250 ; (e) Turbina Kaplan: n_s= 230 ; (f) Turbina Kaplan: n_s= 500 ; (g) Turbina Pelton: n_s= 10 a 30 (curva plana)

Fig IV.2.- Rendimiento total de diferentes tipos de turbinas y para las secciones de paso del agua:

$$\frac{\Omega_0}{\Omega_0'} = \frac{\pi D_0^2}{\pi D_0'^2} = \frac{\pi D_1^2}{\pi D_1'^2} = \lambda^2$$

Como el rendimiento de la turbina en función de los coeficientes óptimos de velocidad, es:

$$\eta_{man} = 2\,(\xi_1\,\mu_1 - \xi_2\,\mu_2)$$

para que sea el mismo en el prototipo y en el modelo, es necesario que los coeficientes óptimos de velocidad sean iguales.

Las relaciones de semejanza entre el prototipo y el modelo son:

a) Número de revoluciones

$$\left.\begin{array}{l} \text{Prototipo: } u_1 = \xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = \dfrac{\pi\,D_1\,n}{60} \\ \text{Modelo: } u_1' = \xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n'} = \dfrac{\pi\,D_1'\,n'}{60} \end{array}\right\} \qquad \frac{n}{n'} = \frac{D_1'}{D_1}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \lambda^{-1}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad n = n'\,\lambda^{-1}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}$$

b) Caudal.- Llamando μ al coeficiente de contracción que es sensiblemente el mismo para los distribuidores de ambas turbinas y Ω y Ω' las secciones respectivas de los distribuidores, normales a las velocidades absolutas c_1 y $c_{1'}$, se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} Q = \mu\,\Omega\,c_1 = \mu\,\Omega\,\phi_1\sqrt{2\,g\,H_n} \\ Q' = \mu\,\Omega'\,c_{1'} = \mu\,\Omega'\,\phi_1\sqrt{2\,g\,H_n'} \end{array}\right\} \qquad \frac{Q}{Q'} = \frac{\Omega}{\Omega'}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad Q = Q'\,\lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}$$

c) Potencia.- Suponiendo, en primera aproximación, que los rendimientos volumétrico y orgánico son iguales a la unidad:

$$\left.\begin{array}{l} N = \gamma\,Q\,H_n\,\eta \\ N' = \gamma\,Q'\,H_n'\,\eta \end{array}\right\} \qquad \frac{N}{N'} = \frac{Q\,H_n}{Q'\,H_n'} = \lambda^2\sqrt{\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)^3} \quad ; \quad N = N'\,\lambda^2\sqrt{\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)^3}$$

d) Par motor

$$\left.\begin{array}{l} C = \dfrac{N}{w} = \dfrac{60\,N}{2\,\pi\,n} \\ C' = \dfrac{N'}{w'} = \dfrac{60\,N'}{2\,\pi\,n'} \end{array}\right\} \qquad \frac{C}{C'} = \frac{N\,n'}{N'\,n} = \lambda^2\sqrt{\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)^3}\,\lambda\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \lambda^3\,\frac{H_n}{H_n'} \quad ; \quad C = C'\,\lambda^3\,\frac{H_n}{H_n'}$$

Si el prototipo está constituido por un número de unidades, (*k* inyectores Pelton o *Z* rodetes Francis):

$$n = n'\,\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad Q = k\,Q'\,\lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad N = k\,N'\,\lambda^2\sqrt{\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)^3} \quad ; \quad C = k\,C'\,\lambda^3\,\frac{H_n}{H_n'}$$

Hay que hacer notar que los rendimientos hidráulicos no sólo no serán iguales, sino que en el modelo los rendimientos volumétrico y orgánico son menores, porque las fugas o pérdidas de caudal son relativamente mayores en el modelo, al no poderse reducir los intersticios, y porque experimentalmente se ha comprobado que las pérdidas correspondientes son relativamente menores en las máquinas grandes; por todo ello, ***el rendimiento de la turbina prototipo es siempre mayor que el de su modelo***.

Unas fórmulas empíricas que permiten calcular el rendimiento óptimo del prototipo η_p conociendo el rendimiento óptimo del modelo η_m son:

$$\text{Para: } \begin{cases} H < 150\ \text{m},\ \eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\sqrt[5]{\dfrac{d_m}{d_p}} \\ H > 150\ \text{m},\ \eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\sqrt[5]{\dfrac{d_m}{d_p}}\ \sqrt[20]{\dfrac{H_m}{H_p}} \end{cases}$$

Otras expresiones son:

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\frac{1{,}4 + \dfrac{1}{\sqrt{d_p}}}{1{,}4 + \dfrac{1}{\sqrt{d_m}}} \quad \text{(Camener)}$$

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\frac{0{,}12 + \dfrac{\lambda}{\sqrt{d_{H(p)}}}}{0{,}12 + \dfrac{\lambda}{\sqrt{d_{H(m)}}}} \quad \text{(Camener)}$$

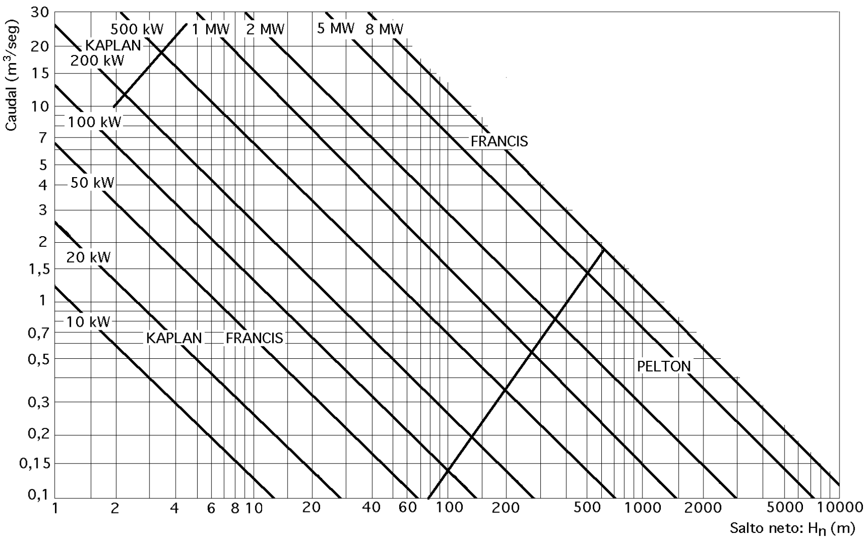


Fig IV.3.- Diagrama de aplicación (Q, H_n), para el cálculo de potencias

en la que λ es el coeficiente de rozamiento del agua y d_H es el diámetro hidráulico del canal de paso entre dos álabes (en metros), a la salida de la rueda.

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\sqrt[4]{\frac{d_m}{d_p}}\ \sqrt[10]{\frac{H_m}{H_p}} \quad \text{(Moody)}$$

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)\left(0{,}5 + 0{,}5\sqrt{\frac{d_m}{d_p}\frac{H_m}{H_p}}\right) \quad \text{(Ackeret)}$$

También, para toda clase de ensayos, se puede utilizar: $\eta_p = \eta_m\{1 - \dfrac{1}{\lambda^{0{,}314}}(1 - \dfrac{\eta_m}{\eta_{mec}})\}$

siendo el rendimiento mecánico el mismo en el modelo y en el prototipo

IV.2.- VELOCIDAD ESPECIFICA

Número de revoluciones específico n_s.- El número n_s es el número específico de revoluciones europeo y es el número de revoluciones por minuto a que giraría una turbina para que con un salto de 1 metro, generase una potencia de 1 CV.

Si en las fórmulas de semejanza hacemos N'= 1 CV, $H_{n'}$ = 1 metro y n'= n_s se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l} n = \dfrac{n_s}{\lambda}\sqrt{H_n} \\ N = \lambda^2\sqrt{H_n^3} \end{array}\right\} \qquad \frac{n_s^2}{n^2}\,H_n = \frac{N}{\sqrt{H_n^3}} \quad ; \quad n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}}$$

Por la forma en que se ha definido, resulta que todas las turbinas semejantes tienen el mismo número de revoluciones específico, pudiéndose definir también n_s como el número de revoluciones de una turbina de 1 CV de potencia que bajo un salto de 1 metro tiene el mismo rendimiento hidráulico que otra turbina semejante de N(CV), bajo un salto de H_n metros, girando a n rpm.

En lugar de comparar las turbinas que difieren a la vez en el salto H_n, potencia N y velocidad n, se comparan entre sí las que dan la misma potencia N = 1 CV, bajo el mismo salto H_n = 1 m, y que sólo difieren en su velocidad n_s; cada una de ellas define una serie de turbinas semejantes de igual rendimiento, cuyas dimensiones se obtienen multiplicando las de la turbina modelo por $\sqrt{2\,g\,H_n}$.

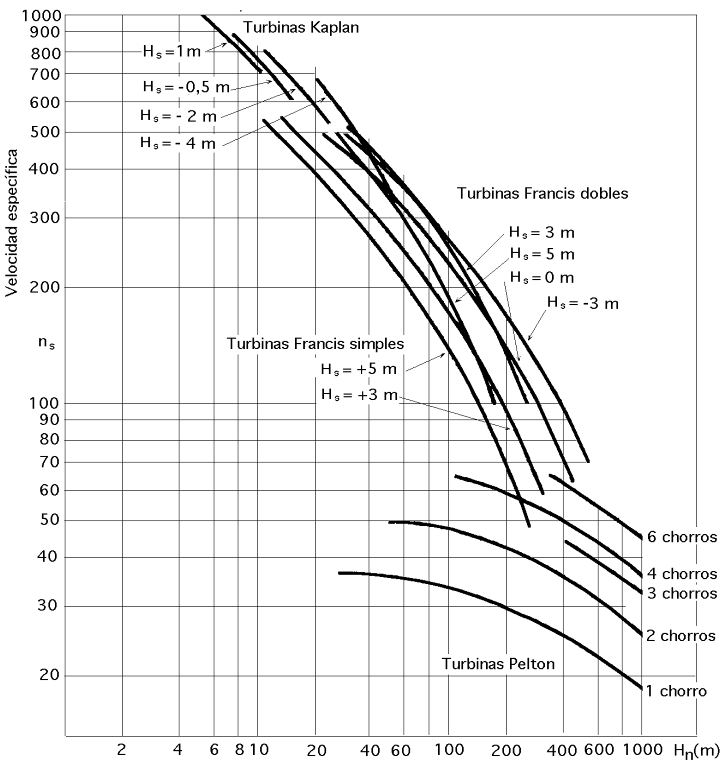


Fig IV.4.- Clasificación de turbinas en función de $H_n = f(n_s)$

De acuerdo con el valor de n_s las turbinas hidráulicas se pueden clasificar en la siguiente forma:

Pelton con un inyector, 5 < n_s < 30

Pelton con varios inyectores, n_s = 30 < n_s < 50

Francis lenta, 50 < n_s < 100

Francis normal, 100 < $\boldsymbol{n_s}$ < 200 ; Francis rápida, 200 < $\boldsymbol{n_s}$ < 400
Francis extrarápida, ruedas-hélice, 400 < $\boldsymbol{n_s}$ < 700
Kaplan, 500 < $\boldsymbol{n_s}$ < 1000
Kaplan de 2 palas, $\boldsymbol{n_s}$ = 1200

Velocidad específica para el caso de varios rodetes iguales que trabajan bajo un mismo salto, a n rpm

Si se supone una turbina múltiple formada por Z turbinas o ruedas iguales montadas sobre un mismo eje, Fig IV.4, de forma que la potencia total suministrada sea N, bajo el salto H_n igual para todas las ruedas y a la velocidad *n* rpm, el número de revoluciones específico de una turbina que diese con un solo rodete la potencia N*, bajo el mismo salto H_n y a *n* rpm, sería:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}}$$

pero siendo las Z turbinas componentes iguales y llamando N* a la potencia suministrada por cada una de ellas, se tiene, N = Z N*

$$n_s = \frac{n\sqrt{Z\,N^*}}{H_n^{5/4}} = \sqrt{Z}\,\frac{n\sqrt{N^*}}{H_n^{5/4}} = \sqrt{Z}\,n_s^* \quad ; \quad n_s^* = \frac{n_s}{\sqrt{Z}}$$

en la que n_s^* es la velocidad específica de una de las turbinas componentes que permite calcular cada de las turbinas simples que integran la turbina múltiple.

Número de revoluciones n_q.- En USA se ha introducido el concepto de número específico de revoluciones n_q que debería tener un tipo de turbina determinado, para evacuar un caudal Q”= 1 m³, bajo un salto de H_n”= 1 m, con el máximo rendimiento posible. Su expresión se puede deducir de las relaciones de semejanza de turbinas entre caudales y revoluciones por minuto:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{Q}{1} = \lambda^2\sqrt{\dfrac{H_n}{1}} \\ \dfrac{n}{n_q} = \lambda^{-1}\sqrt{\dfrac{H_n}{1}} \end{array}\right\} \qquad \frac{n}{n_q} = H_n^{1/4}\sqrt{\frac{H_n}{Q}} \quad ; \quad n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H_n^{3/4}}$$

La forma de caracterizar a las turbinas por su $\boldsymbol{n_q}$ parece bastante racional, por cuanto los datos del problema suelen ser, generalmente, el caudal Q y el salto neto H_n, y no la potencia, como en el caso de $\boldsymbol{n_s}$. Para calcular $\boldsymbol{n_s}$ es preciso determinar previamente la potencia fijando un rendimiento global que no se conoce, y que varía en cada salto con el caudal y con la velocidad, y en cuyo cálculo hay que recurrir a métodos experimentales. La ventaja de $\boldsymbol{n_q}$ frente a $\boldsymbol{n_s}$ radica en que no se basa en hechos hipotéticos, sino sobre datos que se pueden determinar exactamente antes de construir la turbina.

La relación entre $\boldsymbol{n_q}$ y $\boldsymbol{n_s}$ viene dada por:

$$n_s = \sqrt{\frac{\gamma\eta}{75}}\,n_q$$

y como el líquido es agua, resulta: $n_s = 3{,}65\sqrt{\eta}\,n_q$, que permite calcular el valor de $\boldsymbol{n_q}$ para diversos tipos de turbinas, como se indica en la Tabla IV.1.

Tabla IV.1.- Valores de n_q para diversos tipos de turbinas

$2 < n_s < 30$	Pelton de una boquilla	$0,6 < n_q < 9$
$30 < n_s < 60$	Pelton de varias boquillas	$9 < n_q < 18$
$60 < n_s < 200$	Francis lenta	$18 < n_q < 60$
$n_s = 200$	Francis normal	$n_q = 60$
$200 < n_s < 450$	Francis rápida	$60 < n_q < 140$
$450 < n_s < 500$	Francis de varios rodetes, o hélice	$140 < n_q < 152$
$500 < n_s < 1350$	Hélice	$152 < n_q < 400$

IV.3.- VARIACIÓN DE LAS CARACTERISTICAS DE UNA TURBINA AL VARIAR EL SALTO

Las características de dos turbinas semejantes vienen relacionadas por las expresiones:

$$n = n' \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad Q = Q' \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad N = N' \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H'_n}\right)^3} \quad ; \quad C = C' \lambda^3 \frac{H_n}{H'_n}$$

Si ahora queremos estudiar las características de una misma turbina funcionando bajo un salto H'_n diferente de H_n, basta con hacer $\lambda = 1$, obteniéndose:

$$n = n' \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad Q = Q' \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} \quad ; \quad N = N' \sqrt{\left(\frac{H_n}{H'_n}\right)^3} \quad ; \quad C = C' \frac{H_n}{H'_n}$$

$$\sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} = \frac{n}{n'} = \frac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{N}{N'}} = \sqrt{\frac{C}{C'}}$$

En las instalaciones hidráulicas, a menudo, el salto neto es variable, y en particular en los saltos pequeños, inferiores a 50 metros; también puede ser variable en los medianos, entre 50 y 300 metros, cuando se trata de utilizar el agua de una reserva.

Para que el rendimiento de la turbina permanezca constante al variar el salto, sería necesario variar al mismo tiempo la velocidad del grupo, pero esta velocidad viene casi siempre impuesta, cualquiera que sea la utilización de la energía; para el caso de una turbina acoplada a un alternador, éste debe girar a una velocidad sincrónica, y en estas condiciones no se puede modificar la velocidad al mismo tiempo que varía el salto; el regulador mantendrá constante la velocidad, y al variar el salto en uno u otro sentido, el rendimiento disminuirá.

Más adelante se verá que las turbinas más apropiadas para saltos variables y velocidad constante son las hélice extrarápidas.

IV.4.- CONCEPTO DE TURBINA UNIDAD

Los datos obtenidos en Laboratorio en el ensayo de modelos de turbinas, permiten su utilización para el cálculo de turbinas semejantes. En la práctica suelen emplearse para determinar los diagramas y parámetros de una turbina semejante, cuyo diámetro de salida del rodete D_2 sea igual a 1 metro; a esta turbina se la denomina ***turbina unidad***, para distinguirla del modelo del que se han obtenido los datos. Las leyes de semejanza permiten reducir los valores obtenidos experimentalmente en el ensayo de un modelo de turbina a los correspondientes de turbina unidad; estos valores que se designan con los subíndices (11) se denominan valores reducidos o característicos.

Si H_n, Q, N y n son los valores medidos en cada ensayo de la turbina modelo y $H_{n_{11}}$, Q_{11}, N_{11} y n_{11} los correspondientes reducidos, en el supuesto de que se conserven los rendimientos, de las relaciones de semejanza se deduce para $D_{2_{11}} = 1$ metro y $H_{n_{11}} = 1$ metro:

$$\frac{H_n}{H_{n_{11}}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^2 \qquad H_n = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^2$$

$$\frac{Q}{Q_{11}} = \frac{n}{n_{11}} \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^3 = \frac{n}{n_{11}} D_2^3$$

$$\frac{N}{N_{11}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^3 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^5 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^3 D_2^5$$

$$\frac{C}{C_{11}} = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 \left(\frac{D_2}{D_{2_{11}}}\right)^5 = \left(\frac{n}{n_{11}}\right)^2 D_2^5$$

$$n_{11} = \frac{n\, D_2}{\sqrt{H_n}} \quad ; \quad N_{11} = \frac{N}{D_2^5} \left(\frac{n_{11}}{n}\right)^3 = \frac{N}{D_2^2 \sqrt{H_n^3}}$$

$$Q_{11} = \frac{Q}{D_2^3} \frac{n_{11}}{n} = \frac{Q}{D_2^2 \sqrt{H_n}} \quad ; \quad C_{11} = \frac{C}{D_2^5} \left(\frac{n_{11}}{n}\right)^2 = \frac{C}{D_2^3\, H_n}$$

Para obtener los diagramas de ensayo, a partir del modelo de turbina unidad, se procede como sigue: ***Se coloca el distribuidor en una posición de abertura fija y se aplica a la turbina un caudal y al eje un freno, hasta conseguir que se mantenga uniforme la velocidad de giro n_{11}, midiéndose el caudal Q_{11} el salto $H_{n(11)}$ y la potencia al freno*** N_{11}.

Si se mantiene fijo el distribuidor se puede variar la potencia del freno, modificándose así los valores de n_{11} y Q_{11} y ligeramente $H_{n(11)}$ obteniéndose todos los valores del número de revoluciones n_{11} que se deseen, repitiendo después los ensayos para distintas aperturas del distribuidor.

V.- CURVAS CARACTERISTICAS
Y COLINAS DE RENDIMIENTOS

V.1.- CARACTERISTICAS DE LAS TURBINAS

Para llegar a conocer bien las particularidades del funcionamiento de un determinado tipo de turbina, es necesario realizar con ella un gran número de ensayos, que abarquen la totalidad de las condiciones posibles de trabajo, que vienen determinadas por la variabilidad del salto, de la carga (par resistente), de la velocidad, etc.

Para cada valor del ***grado de admisión x***, que se obtiene variando la posición de las directrices móviles del distribuidor en las turbinas de reacción, o la carrera de la aguja del inyector en las ruedas Pelton, se realizan, (con ayuda de un freno y a diferentes velocidades), una serie de medidas ***procurando mantener constante el valor del salto neto***.

La potencia absorbida (potencia hidráulica) se calcula conocidos el caudal Q y el salto neto H_n.

También se puede determinar el valor del número específico n_s, con lo que se completa la serie de datos a incluir en las diferentes tablas, en las que habrá que señalar también el valor del diámetro D_1 con objeto de poder referir estos resultados a otras ruedas del mismo tipo de diferente D_1 o funcionando bajo otro valor H_n del salto, sin más que aplicar las leyes de semejanza de turbinas.

Características de caudal, par motor y potencia

Con ayuda de las tablas de valores obtenidas en Laboratorio, se pueden construir las familias de curvas definidas por las siguientes ecuaciones, mediante el ensayo elemental, para un grado de apertura del distribuidor ***x***, determinado:

$$Q = f_1(n,x) \ ; \ C = f_2(n,x) \ ; \ N = f_3(n,x)$$

en las que se toman los valores de ***x*** como parámetros, y los de las velocidades de rotación ***n*** como variables independientes.

Las curvas de potencia N(n) parten todas de un origen común, Fig V.1, cuando n = 0 y tienen una forma casi parabólica, con un máximo que se corresponde con el rendimiento óptimo, para cada valor de ***x***.

Los puntos de corte con el eje de velocidades se corresponden con las velocidades de embalamiento, distintas para cada valor de ***x***, estando en ese momento sometida la turbina, únicamente, al freno impuesto por las resistencias pasivas, tanto mecánicas como hidráulicas.

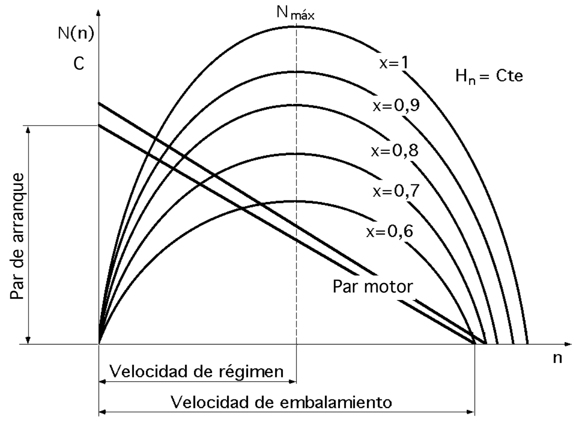


Fig V.1.- Curvas características de potencia

Las curvas Q(n) para diferentes grados de apertura x y salto constante H_n, son rectas, Fig V.2; para las Pelton son rectas horizontales, siendo el gasto del inyector rigurosamente independiente de la velocidad de rotación; para las ruedas Francis, el caudal varía con la velocidad, pero la inclinación de las curvas Q(n) varía con los valores de n_s; a las ruedas hélice, y a las Francis rápidas, corresponden curvas siempre crecientes, lo cual significa que a velocidad constante y salto variable, la capacidad de absorción de la rueda es tanto mayor cuanto menor sea el salto, lo que constituye una gran ventaja para saltos pequeños.

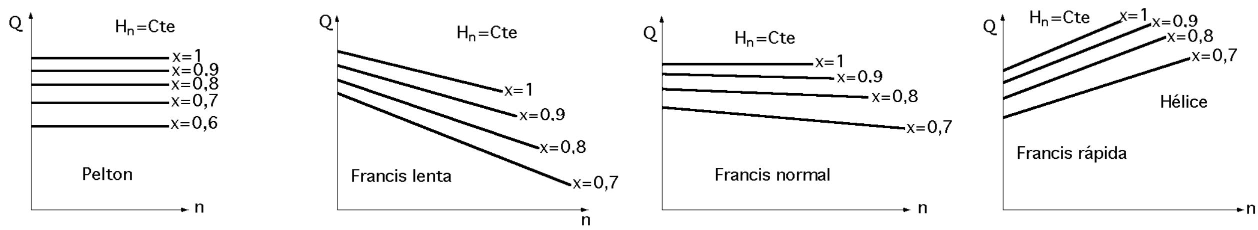


Fig V.2.- Curvas Q(n) para diversos grados x de apertura

Las curvas C(n), Fig V.1, aunque poco utilizadas por los constructores de turbinas, son de gran utilidad en el estudio de la regulación y del acoplamiento mecánico de la turbina y el alternador. También son rectas, siendo la ordenada en el origen el par de arranque, y la abscisa de ordenada nula la velocidad de embalamiento. ***El par de arranque*** de las turbinas hidráulicas es aproximadamente el doble que el de régimen, excepto para las turbinas hélice; esta propiedad es de gran interés, por cuanto permite el arranque en carga cuando el par resistente en el arranque es mayor que el de régimen.

CURVAS EN COLINA.- Las curvas en colina, o en concha, se obtienen a partir de una serie de ensayos elementales. Al ser constante el salto neto, el rendimiento será una función simultánea de las variables N y ***n***, o de las Q y ***n***, es decir:

$$\eta = F_1(N, n) \quad ; \quad \eta = F_2(Q, n)$$

La representación espacial de estas funciones es una superficie que puede representarse en el plano, para cualquiera de los dos casos, cortándola por planos de rendimiento constante, equidistantes, y proyectando las intersecciones obtenidas sobre el plano (N,n) o sobre el plano (Q,n), quedando de esta forma representada la colina de rendimientos, por las curvas de igual rendimiento de la Fig V.3.

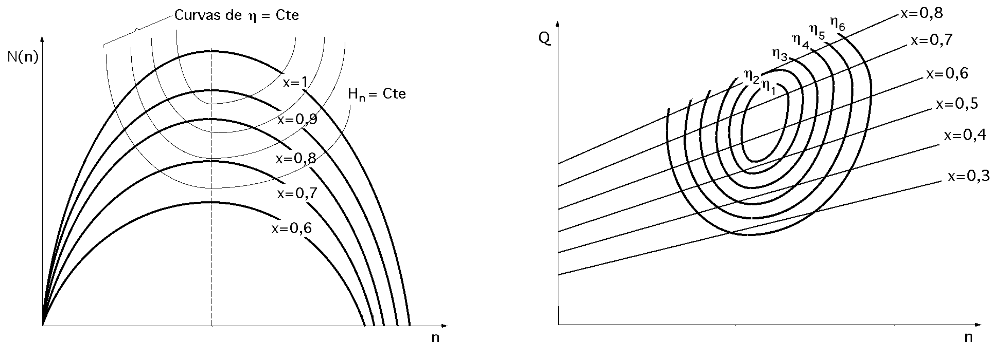


Fig V.3.- Colinas de rendimientos

Para obtener la representación de las ecuaciones $Q = f_1(n)$ y $N = f_2(n)$ para cada punto dado por un valor de ***x*** y otro de ***n*** correspondientes a cada ensayo, se anota el rendimiento calculado y uniendo los puntos de igual rendimiento, se obtiene la representación deseada.

El vértice de la colina de rendimientos se corresponde con la velocidad de régimen y con la potencia o caudal de diseño siempre que la turbina esté racionalmente construida. La mayor o menor proximidad de las curvas en colina da una idea sobre el campo de aplicación de la turbina ensayada. Cuando estas curvas estén muy próximas, el rendimiento variará mucho al modificar las condiciones de funcionamiento, por lo que será conveniente utilizar la turbina en aquellas zonas en donde las curvas se encuentren muy distanciadas, pues de este modo, el rendimiento variará poco al modificar las condiciones de funcionamiento.

Curvas de rendimientos para H_n y n constantes, en función del caudal y la potencia.- La forma habitual de funcionamiento de las turbinas industriales es suministrar, en cada instante, la potencia que la exige el alternador, manteniendo al mismo tiempo constante la frecuencia y, por lo tanto, el número de revoluciones. Este es el motivo de que sea interesante estudiar las variaciones del rendimiento al variar la potencia o el caudal, manteniendo constantes el salto H_n y la velocidad *n*. Estas variaciones están representadas en las Fig V.4, para distintos tipos de turbinas; la curva de rendimientos en función de los caudales se obtiene para cada valor de n_s manteniendo constantes en los ensayos los valores de H_n y *n*, midiendo al freno la potencia útil y calculando el rendimiento mediante la expresión:

$$\eta = \frac{N}{\gamma\ Q\ H_n}$$

en la que Q se hace variar modificando la admisión ***x***. En forma idéntica se podría obtener la curva que relaciona los rendimientos con la potencia.

En la gráfica (η,Q) se observa que el máximo de la curva de rendimientos en función del caudal, se corresponde con valores comprendidos entre el 75% y el 90% del caudal máximo. La experiencia demuestra que lo más racional es proyectar la turbina de manera que el $\eta_{máx}$ se obtenga para el intervalo de la potencia indicada en la Tabla V.1.

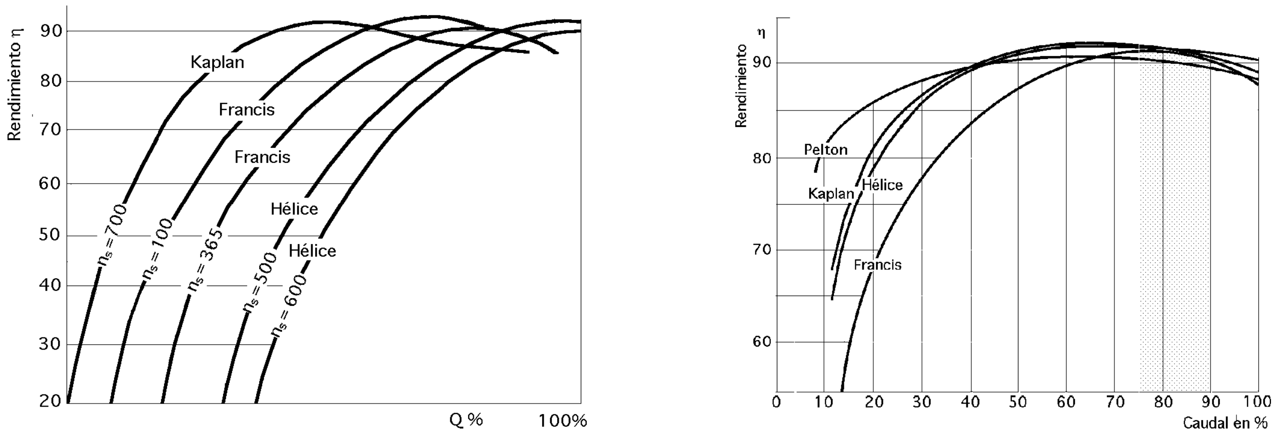


Fig V.4.- Variación del rendimiento con el caudal para distrintos tipos de turbinas hidráulicas

En las turbinas Kaplan, el rendimiento máximo se obtiene para unos valores de la carga máxima comprendidos entre el 60% y el 70%; del 70% en adelante, el valor del rendimiento disminuye relativamente poco. La potencia y el salto así definidos son la potencia y salto de diseño. Si por razón de una variación brusca de la carga, la velocidad varía en forma sensible, o si permaneciendo ésta constante por la acción de un regulador de velocidad, lo que varía es el caudal, el rendimiento disminuye.

En las turbinas Kaplan este descenso de rendimiento es menos sensible, por cuanto al orientarse las palas de acuerdo con los valores de carga o de gasto, podrán cumplirse las condiciones de rendimiento máximo entre límites bastante amplios alrededor de las características de régimen.

Tabla V.1

Intervalo de potencia máxima	Número específico de revoluciones
75% < N < 80%	$160 < n_s < 200$
80% < N < 82%	$200 < n_s < 330$
85 %	$n_s = 400$
90 %	$n_s = 500$
100 %	$n_s = 700$

En el caso de turbinas Pelton, $n_s < 45$, el rendimiento viene muy poco influenciado por las variaciones de la carga, sobre todo en el caso de la rueda con dos inyectores, $30 < n_s < 45$, por lo que presentan un gran interés sobre todo cuando las variaciones de carga son muy grandes.

En el caso general de turbinas de reacción, tanto Francis como ruedas Hélice ordinarias, las curvas de rendimientos globales en función de la potencia presentan un máximo para la potencia de diseño, dependiendo las variaciones del rendimiento con la carga, en gran manera, del valor de n_s. Cuanto mayor sea n_s más bajos serán los rendimientos correspondientes a las cargas fraccionarias, por lo que, si la carga de la red es variable, no se puede adoptar una turbina con un n_s cualquiera.

V.2.- CURVAS CARACTERISTICAS DE LAS TURBINAS UNIDAD

Una turbina unidad tiene un diámetro $D_{211} = 1$ m, y trabaja con un salto $H_{n(11)} = 1$ m, por lo que la relación de semejanza respecto a otra turbina de diámetro D y altura manométrica H_n, para la que se cumplen las condiciones de semejanza, el valor de la escala es ($\lambda = D$). En los ensayos de Laboratorio se suele fijar el salto $H_{n(11)}$ por lo que los diagramas de curvas características más frecuentes son los que relacionan los caudales Q_{11} y las potencias N_{11} con el número de revoluciones n_{11}. A cada par de valores

(Q_{11}, n_{11}) ó (N_{11}, n_{11}) se puede superponer el rendimiento, Fig V.5, de forma que cuando se cumpla que $\eta = \eta_{11}$ se pueden aplicar las ecuaciones de semejanza, por lo que el conjunto de los rendimientos viene dado por superficies de la forma:

$$\eta = f(Q_{11}, n_{11}) \quad \text{ó} \quad \eta = F(N_{11}, n_{11})$$

Por lo que respecta al diagrama (Q_{11}, n_{11}) se procede de la siguiente forma:

- Sobre el eje Ox se llevan los valores de n_{11}, sobre el Oy los de Q_{11} y sobre el Oz los correspondientes a η.
- Las diversas cotas de la superficie proporcionan la colina de rendimientos, siendo las curvas de nivel la intersección de estas superficies con planos η = Cte.

Del mismo modo se procedería con la potencia N_{11}

Las curvas de caudal Q_{11} y velocidad de giro n_{11} verifican la ecuación de semejanza:

$$\frac{n}{n_{11}} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = \frac{1}{D} \sqrt{H_n}$$

$$\frac{Q}{Q_{11}} = D^2 \sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = D^2 \sqrt{H_n} = \left| \frac{n}{n_{11}} = \frac{1}{D} \sqrt{H_n} \right| = D^3 \frac{n}{n_{11}} \qquad \frac{Q_{11}}{n_{11}} = \frac{Q}{n\, D^3} = \text{Cte}$$

que son familias de rectas.

También es corriente presentar ***curvas de igual abertura del distribuidor***; para los diversos valores de esta abertura ***x***, basta unir en los diagramas los puntos correspondientes a cada una de ellas para obtener las curvas de igual admisión, de gran utilidad en la explotación de centrales hidroeléctricas.

Las ***curvas de igual potencia*** N y velocidad ***n*** constante satisfacen la ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} N_{11} = \gamma\, Q_{11}\, H_{n_{11}}\, \eta \\ N = \gamma\, Q\, H_n\, \eta \end{array} \right\}$$

$$\frac{N_{11}}{N} = \frac{Q_{11}\, H_{n_{11}}}{Q\, H_n} = \left| H_{n_{11}} = 1 \right| = \frac{Q_{11}}{Q\, H_n} = \left| \begin{array}{l} \dfrac{n\, D}{n_{11}} = \sqrt{H_n} \\ Q = Q_{11}\, D^3 \dfrac{n}{n_{11}} \end{array} \right| = \frac{Q_{11}}{Q_{11}\, D^3 \dfrac{n}{n_{11}} \dfrac{n^2\, D^2}{n_{11}^2}} = \frac{n_{11}^3}{n^3\, D^5}$$

$$\frac{n^3}{n_{11}^3} = \frac{N}{D^5\, N_{11}} \quad ; \quad \frac{N_{11}}{n_{11}^3} = \frac{N}{n^3\, D^5} = \text{Cte}$$

Las ***curvas de igual velocidad específica*** se obtienen a partir de:

$$n_s = n \frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = n \frac{\sqrt{\dfrac{\gamma\, Q\, H_n\, \eta}{75}}}{H_n^{5/4}} = n \frac{\sqrt{\gamma\, Q\, \eta}}{\sqrt{75}\, H_n^{3/4}} = 3{,}65\, n \frac{\sqrt{Q\, \eta}}{H_n^{3/4}} = \left| \begin{array}{l} Q = Q_{11}\, D^2 \sqrt{H_n} \\ n = n_{11} \dfrac{\sqrt{H_n}}{D} \end{array} \right| = n_{11} \sqrt{\frac{\gamma\, Q_{11}}{75}}$$

Conocidas estas curvas se procede del modo siguiente, Fig V.6:

Se calcula la curva n_s = Cte y sobre ella se toma un punto M. Por este punto pasan una recta de Q = Cte y una línea de n = Cte; a cada punto M le corresponderán los valores de H_n y de Q.

El punto de funcionamiento será aquél en que este par de valores verifique la ecuación:

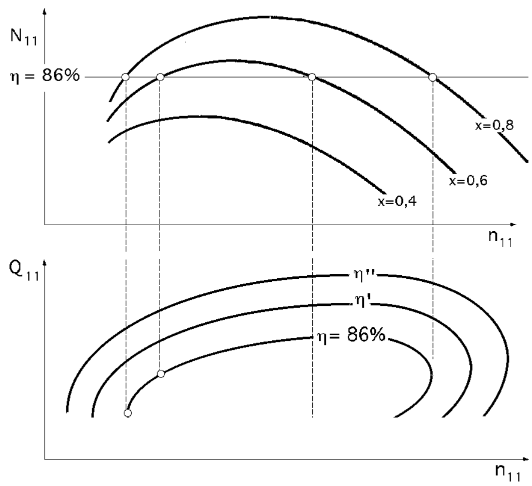


Fig V.5.- Curvas características de la turbina unidad

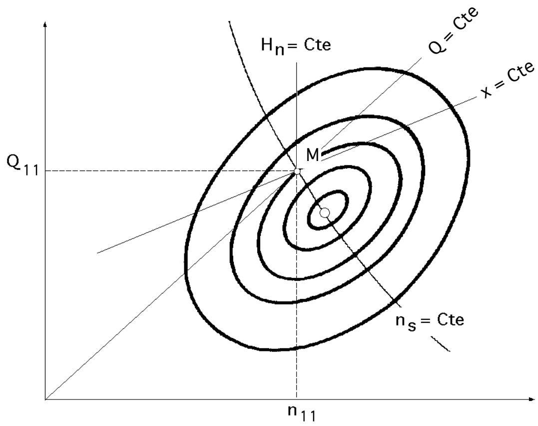


Fig V.6

$$Q = \frac{N}{\gamma H_n}$$

deduciéndose las coordenadas de n_{11} y Q_{11}.

El valor del diámetro D_2 se obtiene a partir de:

$$D_2 = \frac{n_{11}\sqrt{H_n}}{n} = \sqrt{\frac{Q}{Q_{11}\sqrt{H_n}}}$$

y las demás dimensiones de la turbina se deducirán a partir de los de la turbina unidad, multiplicándoles por el correspondiente factor de semejanza geométrico, $\lambda = D_2$.

Las formas de funcionamiento con salto H_n constante se encuentran a lo largo de la ordenada del punto M en sus puntos de corte con las otras curvas.

Si se quiere conocer el funcionamiento con salto variable, se buscará en las distintas ordenadas de abscisas:

$$n_{11} = n\,\frac{D}{\sqrt{H_n}}$$

los correspondientes puntos de corte con las otras curvas.

VI.- TURBINA PELTON

VI.1.- FUNCIONAMIENTO

Las turbinas Pelton son turbinas de chorro libre que se acomodan a la utilización de saltos de agua con mucho desnivel y caudales relativamente pequeños, Fig VI.1, con márgenes de empleo entre 60 y 1500 metros, consiguiéndose rendimientos máximos del orden del 90%.

Cazoletas.- En una rueda Pelton la dirección del chorro no es ni axial ni radial, sino tangencial; el elemento constructivo más importante es la cazoleta en forma de doble cuchara, Fig VI.2, que recibe el chorro exactamente en su arista media donde se divide en dos, circulando por su cavidad y recorriendo hasta la salida casi un ángulo de 180º, contrarrestándose así los empujes axiales por cambio de dirección de los dos chorros.

El agua una vez sale de la cazoleta, cae libremente una cierta altura, pasando al cauce inferior.

Inyector.- El inyector es el órgano regulador del caudal del chorro; consta de una válvula de aguja cuya carrera determina el grado de apertura del mismo; para poder asegurar el cierre, el diámetro máximo de la aguja tiene que ser superior al de salida del chorro cuyo diámetro d se mide en la sección contraída, situada aguas abajo de la salida del inyector y en donde se puede considerar que la presión exterior es igual a la atmosférica.

El chorro está constituido por un núcleo central convergente de agua y una sección anular creciente que contiene una emulsión de agua y aire.

Con el fin de asegurar una buena regulación, conviene diseñar el inyector de forma que exista una proporcionalidad entre la potencia de la turbina y la carrera x de la aguja, por cuanto la potencia es proporcional al caudal y éste, a su vez, a la sección de paso normal al flujo.

La variación del caudal del chorro para regular la potencia se consigue mediante una aguja de forma especial, con cuyo accionamiento se puede estrangular la sección de salida de la boquilla; su regulación puede ser manual o automática mediante un servomotor.

Tiene además otro sistema de regulación por desviación del chorro, que consiste en una superficie metálica llamada ***deflector***, que se introduce en medio del chorro, dividiéndolo y desviando una parte del mismo, de forma que en vez de dirigirse contra las cazoletas, sale lateralmente sin producir ningún efecto útil. De esta forma se evitan sobrepresiones en la tubería, por cuanto el caudal que circula por ésta continua siendo el mismo, Fig VI.5.

Cuando se dispone de un solo inyector, el rodete tiene el eje de giro horizontal y el eje de salida del chorro es tangente horizontal, inferior a la circunferencia del rodete, cuyo diámetro se denomina ***diámetro Pelton***, cayendo el agua a la salida de las cucharas al fondo de la turbina, sin interferir el giro del rodete.

Cuando el número de inyectores es dos, la turbina puede ser también de eje horizontal, disponiéndose los chorros según dos tangentes inferiores a la circunferencia Pelton, inclinadas un mismo ángulo 30º, saliendo el agua de las cucharas sin interferir al rodete, Fig III.5.

Para un número superior de inyectores, Fig VI.4, la rueda Pelton es de eje vertical ya que de ser horizontal, sería imposible evitar que el agua cayera sobre la rueda a la salida de las cucharas. Un chorro bien diseñado no debe tener un diámetro d superior a 27 cm, por lo que para establecer el número de inyectores hay que partir de la condición de que su diámetro no sea superior a este límite, teniendo en cuenta a su vez, el límite superior impuesto por la velocidad específica por chorro, en función del salto.

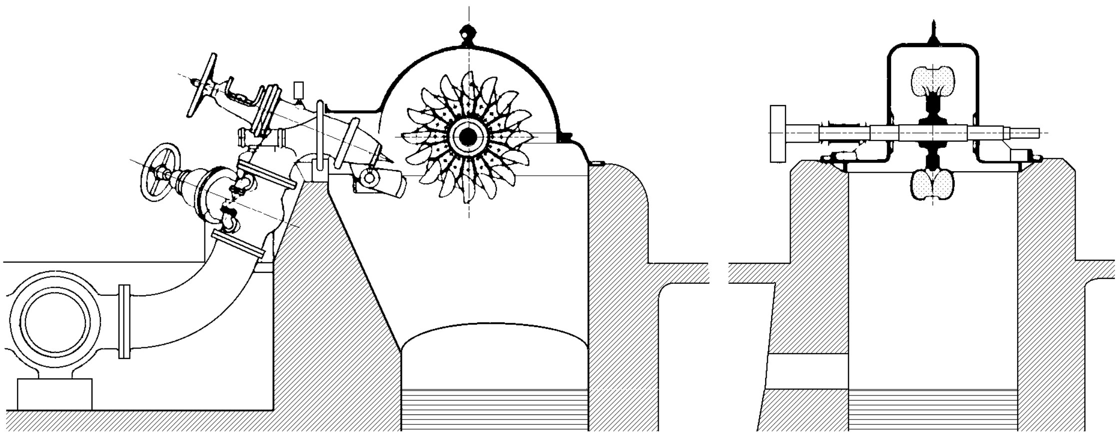


Fig VI.1.- Turbina Pelton

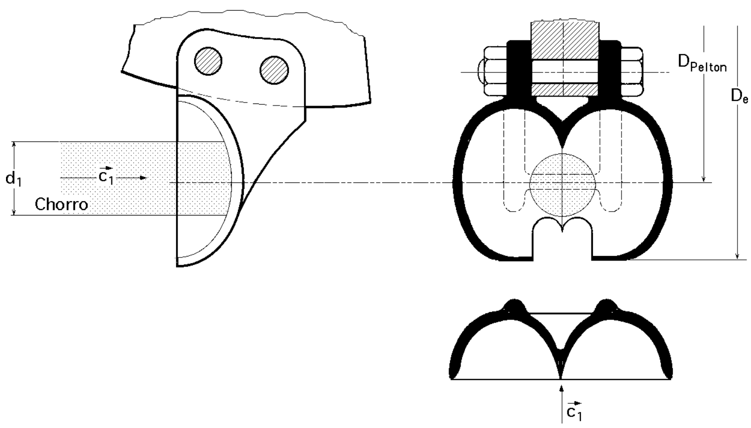


Fig VI.2.- Forma de la cazoleta

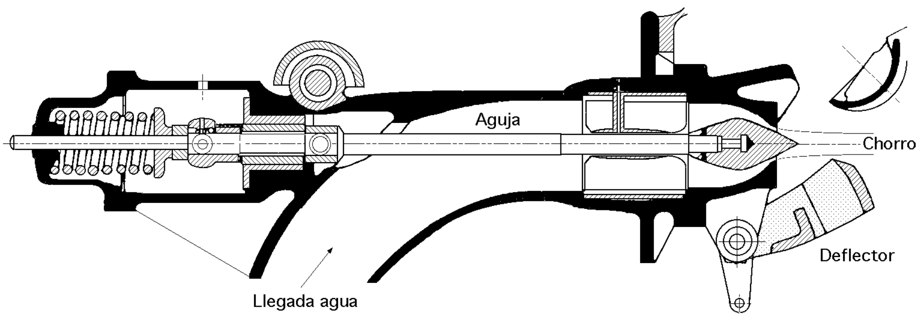


Fig VI.3.- Inyector

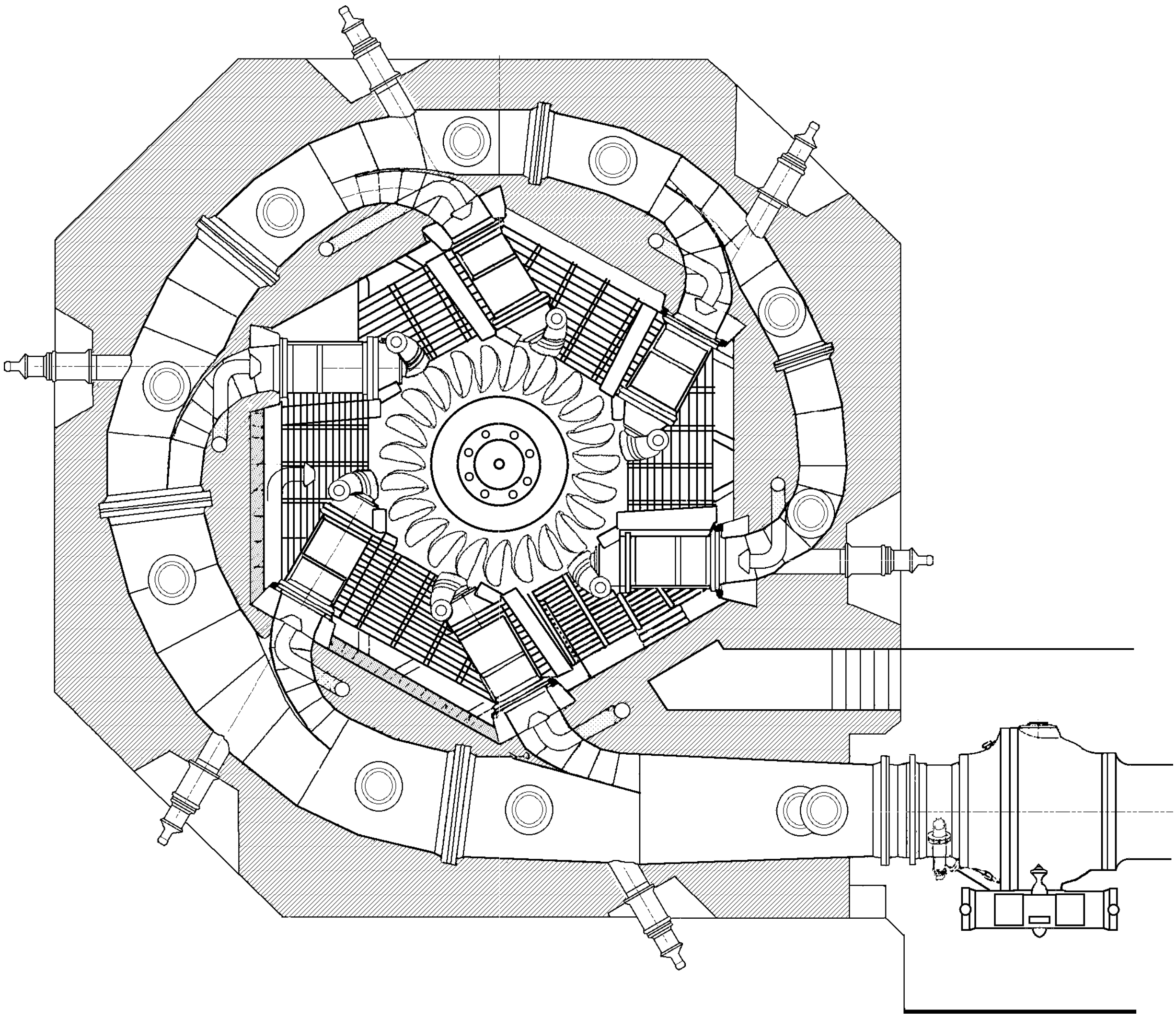


Fig VI.4.- Turbina Pelton de 6 inyectores

El hecho de sustituir un número de inyectores de unas dimensiones determinadas, por un mayor número de inyectores de dimensiones más pequeñas, permite construir turbinas de mayor diámetro, girando a una velocidad mayor; sin embargo no se deben sobrepasar ciertos límites impuestos por la necesidad de evacuar el agua convenientemente, así como la fatiga del material de las cucharas sometidas a esfuerzos repetidos, tanto más frecuentes cuanto mayor sea el número de chorros.

REGULACIÓN

Para mantener constante la velocidad de la turbina, el caudal inyectado tiene que adaptarse en cada instante al valor de la carga, por lo que la posición del inyector tiene que ajustarse mediante un regulador que actúa según la velocidad de la turbina y en el caso más general, en forma automática, Fig VI.5.

Si se supone que la turbina se ha acelerado, el regulador 7 levantará la válvula 1 y el aceite a presión entrará en el cilindro grande haciendo bajar el émbolo 8, con lo que la palanca 2 bajará y el deflector 6 cortará al chorro desviando una parte del mismo.

El punzón 5 que estaba retenido por la palanca 2 no avanza solidariamente con ésta, debido al huelgo de la hendidura 3, sino que es empujado lentamente por el agua a presión que pasa por un orificio estrecho, señalado en la figura y que actúa sobre el émbolo 4. El punzón en su avance llega a encontrarse con el tope inferior de la hendidura 3 que le impide seguir cerrando la salida del inyector. Si sobreviene una carga brusca, el émbolo 8 actuará en sentido contrario, tirando rápidamente de la aguja 5

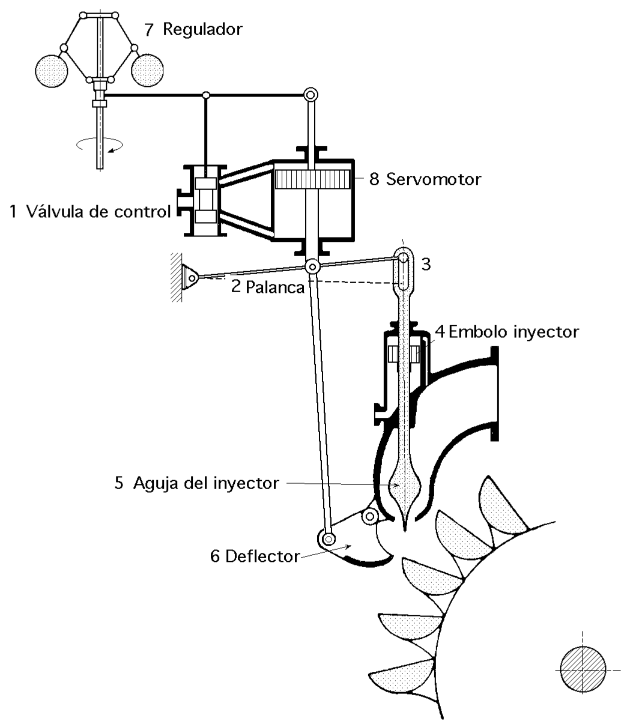


Fig VI.5.- Regulador simple

hacia atrás y llevando, simultáneamente, el deflector a su posición primitiva.

Cuando se utilizan grandes caudales de agua y se emplee un solo inyector, las cazoletas resultan muy grandes y pesadas; también se encuentra el inconveniente de que toda la fuerza tangencial se ejerce en un solo punto de la rueda, lo que representa un desequilibrio dinámico.

En consecuencia conviene hacer el montaje de dos o mas inyectores cuando el caudal lo requiera, por lo que las cazoletas estarán menos cargadas y, por lo tanto, serán más pequeñas.

El par motor se distribuye más uniformemente sobre la periferia de la rueda, aumenta el número específico de revoluciones en $\sqrt{z}$ y a igualdad de diámetro del rodete, la turbina adquiere una velocidad angular mayor.

VI.2.- TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES

En la turbina Pelton, el chorro con velocidad absoluta $\vec{c}_1$ golpea simétricamente a la arista mediana de la cazoleta, dividiéndose en dos partes iguales y deslizándose sobre las dos mitades de la misma, saliendo desviados con una velocidad relativa ($w_2 = \psi\, w_1$) y ángulo de salida $\beta_2 = 180°$.

En la práctica, el ángulo a la entrada del rodete $\beta_1 = 0°$, aunque se desprecie la componente de choque motivada por tal circunstancia; los diámetros de la rueda a la entrada y salida son iguales, por lo que las velocidades $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ también lo serán.

Si: $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 180°$, las velocidades $\vec{c}_1$ y $\vec{u}_1$ están en la misma dirección, al igual que $\vec{c}_2$ y $\vec{u}_2$,deduciéndose que:

$c_1 = c_{1n}$; $c_2 = c_{2n}$ <<

En general el salto H_n es fijo y $\vec{c}_1$ conocida, por lo que parece interesante determinar la velocidad tangencial $\vec{u}_1$ que debe tener la rueda para obtener un rendimiento máximo.

Teniendo en cuenta los triángulos de velocidades con $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 180°$:

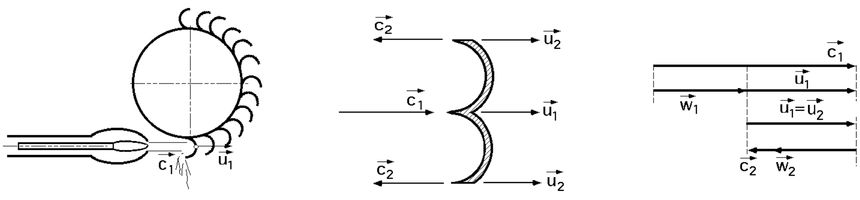


Fig VI.6.- Triángulos de velocidades

$$\left.\begin{array}{l} c_1 = u_1 + w_1 \\ c_2 = u_2 - w_2 = u_1 - w_2 = \left| w_2 = \psi\, w_1 \right| = u_1 - \psi\, w_1 \end{array}\right\} \qquad c_1 - c_2 = w_1 (1 + \psi) = (c_1 - u_1)(1 + \psi)$$

y considerando los coeficientes óptimos de velocidad:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = \xi_1 \;\;;\;\; c_1 = \phi_1 \;\;;\;\; w_1 = \lambda_1 \\ u_2 = \xi_2 \;\;;\;\; c_2 = \phi_2 \;\;;\;\; w_2 = \lambda_2 \end{array}\right\} \qquad \left\{\begin{array}{l} \phi_1 = \xi_1 + \lambda_1 \\ \phi_2 = \xi_1 - \psi\,\lambda_1 \end{array}\right. \qquad \phi_1 - \phi_2 = \lambda_1 (1 + \psi) = (\phi_1 - \xi_1)(1 + \psi)$$

y la condición de rendimiento hidráulico máximo, conocidos c_1 o ϕ_1, es:

$$\eta_{hid} = 2\,\xi_1 (\phi_1 - \phi_2) = 2\,\xi_1 (\phi_1 - \xi_1)(1 + \psi) = 2\,(\xi_1 \phi_1 - \xi_1^2)(1 + \psi)$$

$$\frac{\partial \eta_{hid}}{\partial \xi_1} = 2\,(\phi_1 - 2\,\xi_1)(1 + \psi) = 0 \qquad \xi_1 = \frac{\phi_1}{2}$$

que multiplicada por $\sqrt{2\,g\,H_n}$ proporciona: $\xi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = \dfrac{\phi_1 \sqrt{2\,g\,H_n}}{2}$ $\qquad u_1 = \dfrac{c_1}{2}$

que es la relación entre c_1 y u_1 sin pérdidas.

El rendimiento hidráulico máximo es:

$$\eta_{hid\,máx} = 2\,(\xi_1 \phi_1 - \xi_1^2)(1 + \psi) = 2\,\left(\frac{\phi_1^2}{2} - \frac{\phi_1^2}{4}\right)(1 + \psi) = \frac{\phi_1^2}{2}\,(1 + \psi)$$

En la práctica u_1 es menor que la mitad de la velocidad del chorro c_1 de la forma:

$$u_1 = \frac{c_1}{2\,\phi_1^2}\,\eta_{hid}$$

y en esta situación:

$$\eta_{man} = 2\,\xi_1 (\phi_1 - \xi_1)(1 + \psi) = \left| \frac{u_1}{c_1} = \frac{\xi_1}{\phi_1} = \frac{\eta_{hid}}{2\,\phi_1^2} \qquad \xi_1 = \frac{\eta_{hid}}{2\,\phi_1} \right| =$$

$$= 2\,\frac{\eta_{hid}}{2\,\phi_1}\,\left(\phi_1 - \frac{\eta_{hid}}{2\,\phi_1}\right)(1 + \psi) = \eta_{hid}\,\left(1 - \frac{\eta_{hid}}{2\,\phi_1}\right)(1 + \psi)$$

$$1 = \left(1 - \frac{\eta_{hid}}{2\,\phi_1^2}\right)(1 + \psi) \qquad \eta_{hid} = \frac{2\,\phi_1^2\,\psi}{1 + \psi}$$

Las pérdidas en el inyector son de la forma:

$$\left\{\begin{array}{l} h_d = \dfrac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2\,g} = \dfrac{(c_1^2/\phi_1^2) - c_1^2}{2\,g} = \dfrac{c_1^2 (1 - \phi_1^2)}{2\,g\,\phi_1^2} \\ h_d = \dfrac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2\,g} = \dfrac{\phi_1^2\,2\,g\,H_n (1 - \phi_1^2)}{2\,g\,\phi_1^2} = H_n (1 - \phi_1^2) \\ h_d = \dfrac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2\,g} = H_n - \dfrac{c_1^2}{2\,g} \end{array}\right.$$

Relación entre el diámetro de la rueda D, el diámetro del chorro d y el nº específico de revoluciones n_s para la turbina Pelton de un inyector

Sustituyendo en n_s los valores del caudal, potencia y número de revoluciones, se obtiene:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| \begin{array}{l} Q = \dfrac{\pi d^2}{4}\, c_1 = \dfrac{\pi d^2}{4}\, \phi_1 \sqrt{2\, g\, H_n} = 3{,}477\, \phi_1 d^2 \sqrt{H_n} \\ N = \dfrac{\gamma Q\, H_n \eta}{75} = \dfrac{\gamma \pi d^2\, \phi_1 \sqrt{2\, g}\, H_n^{3/2}\, \eta}{300} = 46{,}36\, d^2\, \phi_1\, H_n^{3/2}\, \eta \\ u_1 = \xi_1 \sqrt{2\, g\, H_n} = \dfrac{\pi D\, n}{60} \;\; ; \;\; n = \dfrac{60\, \xi_1 \sqrt{2\, g\, H_n}}{\pi D} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{60\, \xi_1 \sqrt{2\, g\, H_n}}{\pi D}\, \frac{1}{H_n^{5/4}} \sqrt{\frac{\gamma \pi d^2\, \phi_1 \sqrt{2\, g}\, H_n^{3/2}\, \eta}{300}} = 18{,}21\, \xi_1 \sqrt{\eta\, \phi_1 \gamma}\, \frac{d}{D}$$

Para el caso del agua: $\gamma = 1000$ kg/m^3 $\qquad n_s = 575{,}8\, \xi_1 \sqrt{\eta\, \phi_1}\, (\frac{d}{D})$

En la práctica si se toman valores medios: $\eta = 0{,}825$; $\xi_1 = 0{,}48$; $\phi_1 = 0{,}98$ $\qquad n_s \quad 248\, \frac{d}{D}$

que es un resultado más que suficiente para empezar a diseñar.

De acuerdo con lo visto, n_s sólo puede variar con (d/D) por cuanto ϕ_1 viene impuesto por un salto dado H_n y ξ_1 por la condición de rendimiento máximo $\eta_{máx}$.

La relación (d/D) viene limitada por razones de índole constructiva; si es pequeña, se tendrá una rueda de gran diámetro con un chorro de pequeño diámetro, por lo que las cucharas serían muy pequeñas y al ser el chorro tan fino la potencia sería pequeña, lo cual, al tener que mover un gran volante, constituido por la propia rueda y tener que vencer grandes rozamientos, debido al peso del rodete, se obtendrían rendimientos muy bajos, que harían inutilizable la turbina.

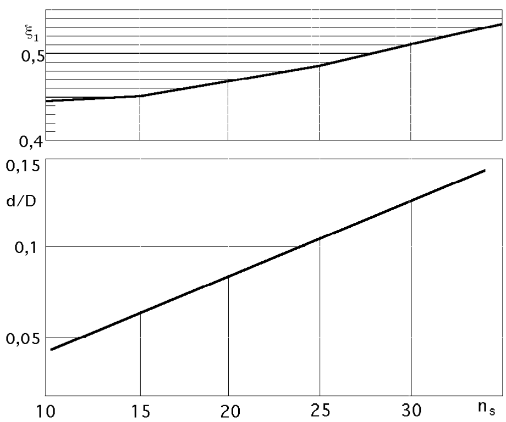


Fig VI.7.- Valores de d/D, y ξ_1 en función de n_s

Por el contrario, si (d/D) es muy grande, implicaría también cucharas muy grandes, por cuanto deberían recibir un chorro de gran diámetro en comparación con el de la rueda, presentándose dificultades inherentes al tamaño de las cucharas, que harían impracticable la turbina.

Experimentalmente se ha comprobado que los valores (d/D) tienen que estar comprendidos entre los límites siguientes, Fig VI.7:

$$\frac{1}{200} < \frac{d}{D} < \frac{1}{7}$$

que se corresponden con: $1{,}23 < n_s < 35$, aunque en la práctica y para turbinas Pelton de un solo inyector se acepta: $5 < n_s < 30$.

Tabla VI.1.- Parámetros de la turbina Pelton en función de la altura neta

Altura neta Hn m	300	400	500	750	1000
Nº esp. revoluciones n_s	30-26,5	28,5-25,5	22,5-16,5	15,5-12,5	10,5
Relación de diámetros, d/D	0,125-0,085	0,106-0,077	0,094-0,069	0,065-0,052	0,044
Nº de cazoletas x	17-20	18-21	18-23	24-28	27-31
Nº rev. reducido n_{11}	36,5-38,5	37-39	37,5-39,5	38-40	39,5
Caudal reducido Q_{11}	53-28,2	37,7-21,7	28,2-17,3	13,2-9,35	6,38

VI.3.- CAZOLETAS

Las cazoletas, en las versiones más modernas, tienen forma de elipsoide; la arista que las divide en dos puede quedar al ras de los bordes de las mismas, o a veces se queda algo adentro, como se observa en la Fig VI.8. Las medidas se adoptan en función del diámetro del chorro, siendo los valores más favorables:

Anchura de la cazoleta: b = 3,75 d

Altura de la cazoleta: h = 3,50 d

Profundidad de la cazoleta: f = 1,50 d

Las cazoletas no se colocan exactamente en sentido radial, sino en forma tal que el chorro al alcanzar de lleno una de ellas, se halle perpendicular a la arista de la misma, quedando separada la cazoleta del inyector el mínimo que permita la construcción, atacándola el chorro lo más cerca posible de la corona del rodete, para que las pérdidas a la salida resulten más pequeñas, haciendo que la circunferencia tangente al chorro (circunferencia Pelton), corte a las cazoletas a $(2h/5)$ medido desde el interior.

Las cazoletas tienen que ir dispuestas de tal forma, que su separación no permita que se pierda agua, es decir, cuando el chorro abandone una, debe encontrarse con la siguiente, es decir, para que el filete líquido extremo que no es recogido por la cazoleta A_1 pueda ser utilizado, tiene que alcanzar a la cazoleta siguiente A_2 separada de la A_1 por el paso ***t.*** En el caso más desfavorable la encontraría en el punto B.

Si sucede esto último, el chorro que tiene una velocidad $\vec{c}_1$ necesita recorrer el espacio $(\overline{A_1B})$, mientras que la cazoleta A_2 a la velocidad tangencial $\vec{u}_a$ debe recorrer el arco $(\overline{A_2B})$.

En el caso límite en que el chorro encuentra a la cazoleta en el punto B, el tiempo empleado en recorrer dichos espacios será el mismo, resultando:

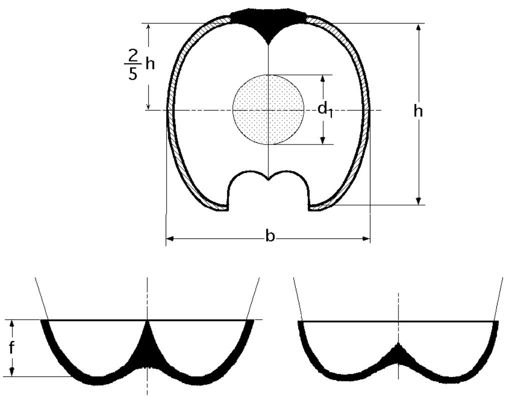


Fig VI.8.- Forma de las cazoletas

$$\text{Tiempo} = \frac{\overline{A_1B}}{c_1} = \frac{\overline{A_2B}}{u_a}$$

y en la construcción de los rodetes habrá que escoger un paso ***t*** atendiendo a esta circunstancia, de modo que, en lo posible, se cumpla:

$$\frac{\overline{A_1B}}{c_1} < \frac{\overline{A_2B}}{u_a}$$

El diámetro exterior de la rueda D_a incluyendo las cazoletas es:

$$D_a = D + 2\,\frac{3}{5}\,h = D + \frac{6}{5}\,h$$

y si se elige un paso t_a igual a la altura ***h***, $(t_a \quad h)$, lo que se corresponde aproximadamente con los tipos normales, el número ***x*** de cazoletas es:

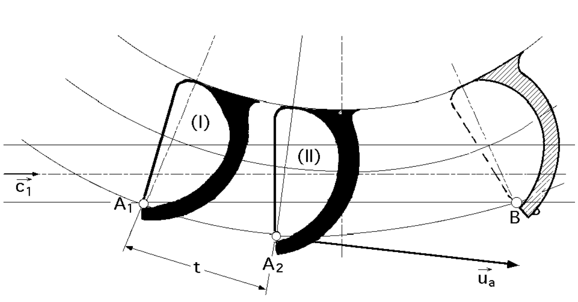


Fig VI.9.- Separación entre cazoletas

Tabla VI.2.- Nº de cazoletas en función de n_s

Nº esp. revol. n_s	4	6	8	10	12	14	18	22	26	32
Nº de cazoletas x	40	37	34	30	28	26	22	20	17	15

$$x = \frac{\pi D_a}{t_a} = (D + \frac{6}{5} h) \frac{\pi}{t_a}$$

debiéndose comprobar si el agua puede pasar de una cazoleta a otra sin ser utilizada.

Una fórmula empírica (Zaygun) permite obtener aproximadamente el número de cazoletas:

$x = 15 + \frac{D}{2\,d}$ válida en el intervalo: $6{,}5 > \frac{D}{d} > 5$

FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE LAS CAZOLETAS.- Si se supone que el rodete se para durante un instante, (o en el instante del arranque), una cazoleta recibe el chorro de agua en choque directo; la fuerza tangencial F que éste ejerce sobre la cazoleta es:

$$F = \frac{\gamma Q}{g} (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = | \alpha_1 = 0 \; ; c_2 = 0 | = \frac{\gamma Q c_1}{g} \qquad C_{arranque} = \frac{\gamma Q c_1}{g} \frac{D}{2}$$

mientras que si la turbina está en movimiento, la fuerza a que están sometidas las cazoletas de un modo constante, incluso en forma de choques, es:

$$F = \frac{\gamma Q}{g} (w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2) = \left| \begin{matrix} w_2 = \psi w_1 \\ \beta_1 = 0^\circ ; \; \beta_2 = 180^\circ \end{matrix} \right| = \frac{\gamma Q w_1 (1 + \psi)}{g} = \frac{\gamma Q (c_1 - u_1)(1 + \psi)}{g}$$

viniendo Q influenciado por el η_{vol}; para $\eta_{vol} = 1$ se tiene:

La potencia generada por la turbina (N_{ef}) es:

$$N_{ef} = \frac{\gamma Q (c_1 - u_1)(1 + \psi)}{g} u_1$$

y el par motor:

$$C = \frac{N}{w} = F \frac{D}{2} \eta_{mec} = \frac{\gamma Q (c_1 - u_1)(1 + \psi)}{g} \frac{D}{2} \eta_{mec}$$

El par de arranque con ($u_1 = 0 \; ; \; \psi = 0$), es:

$$C_{arranque} = \frac{\gamma Q D}{2\,g} c_1$$

La fuerza radial centrífuga es considerablemente mayor que la fuerza tangencial F, alcanzando su valor máximo cuando la turbina se embala, es decir, cuando su número de revoluciones sube a 1,8 veces el de régimen. En esta situación, si el peso de cada cazoleta es G, con ($n_{emb} = 1{,}8\,n$) la fuerza radial centrífuga por cazoleta será:

$$F_{emb} = \frac{G}{g} \frac{u_{emb}^2}{R} = \frac{G R w_{emb}^2}{g} = \frac{G R (\pi n_{emb})^2}{900\,g} = \frac{G R (1{,}8\,\pi n)^2}{900\,g} = 0{,}001813\; G D n^2 \text{ kg}$$

que es bastante mayor que F y que ha de ser contrarrestada por la resistencia a la cortadura del sistema de sujección de la cazoleta a la rueda.

VI.4.- CURVAS CARACTERISTICAS CON SALTO CONSTANTE

Si las turbinas Pelton funcionan prácticamente con una altura de salto constante, las características de caudal, potencia, par y rendimiento, se pueden poner en función del ***número de revoluciones n***, o lo que es lo mismo, en función de ξ_1, es decir:

$$u_1 = \xi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = \frac{\pi D n}{60} \quad ; \quad n = \frac{60}{\pi D}\ \xi_1 \sqrt{2\ g\ H_n}$$

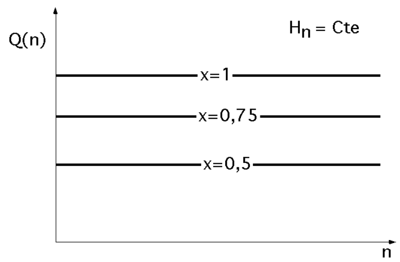


Fig VI.10.- Curvas Q(n) para diversos grados de apertura **x**

Para el caudal, si H_n es constante, la velocidad del chorro $c_1 = \phi_1 \sqrt{2\ g\ H_n}$ será también constante; para una determinada abertura del inyector correspondiente a una posición, x = Cte, de la aguja se tiene un chorro de sección: $\Omega = \frac{\pi d^2}{4}$ por lo que:

$$Q = \Omega\ c_1 = \Omega\ \phi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = \frac{\pi d^2}{4}\ \phi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 3{,}477\ \phi_1\ d^2 \sqrt{H_n} = \text{Cte}$$

Para la ***potencia*** resulta:

$$N = \frac{\gamma Q H_n \eta}{75} = \left| \eta_{hid} = 2\ \xi_1 (\phi_1 - \xi_1)(1 + \psi) \right| = \frac{2\ \gamma Q H_n}{75}\ \xi_1 (\phi_1 - \xi_1)(1 + \psi)\ \eta_{mec} =$$

$$= \frac{2\ \gamma Q H_n}{75}\ \phi_1^2 \{\frac{\xi_1}{\phi_1} - (\frac{\xi_1}{\phi_1})^2\} (1 + \psi)\ \eta_{mec}$$

Para H_n = Cte, el caudal es constante para una determinada abertura del inyector x = Cte, y por lo tanto, la ecuación anterior es una parábola que pasa por el origen, Fig VI.11, y por el punto definido por $\xi_1 / \phi_1 = 1$. En este punto ($c_1 = u_1$) y la velocidad relativa ($w_1 = c_1 - u$) será nula, no empujando el agua a la cazoleta (velocidad de embalamiento).

La potencia máxima se obtiene, teóricamente, para ($\xi_1/\phi_1 = 0{,}5$); en la práctica ésta lo es para valores menores de 0,5. De las curvas se desprende que los valores máximos para admisión total o parcial se corresponden para un mismo valor de la abscisa.

Para el ***rendimiento hidráulico*** se tiene:

$$\eta_{hid} = 2\ (\phi_1\ \xi_1 - \xi_1^2)(1 + \psi) = 2\ \phi_1^2\ \{\frac{\xi_1}{\phi_1} - (\frac{\xi_1}{\phi_1})^2\}(1 + \psi)$$

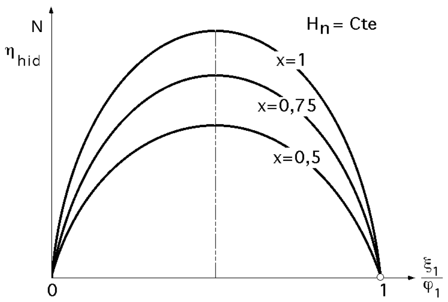


Fig VI.11.- Curvas de potencia y rendimiento

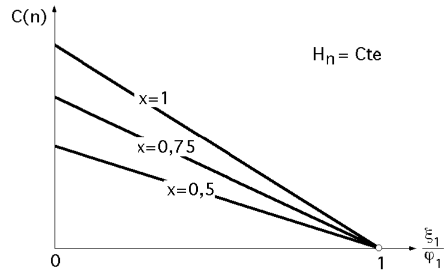


Fig VI.12.- Curvas de par motor

que es una parábola que pasa por el origen y por el punto $(\xi_1/\phi_1 = 1)$ con un máximo teórico para $(\xi_1/\phi_1 = 0,5)$.

Para el ***par motor*** C se tiene:

$$C = \frac{30\ N}{\pi n} = \frac{30}{\pi} \frac{\frac{2 \gamma Q H_n}{75} (\phi_1 \xi_1 - \xi_1^2)(1 + \psi)}{\frac{60 \xi_1 \sqrt{2 g H_n}}{\pi D}} \eta_{mec} =$$

$$= 0{,}003\ Q \sqrt{H_n}\ D \phi_1 (1 - \frac{\xi_1}{\phi_1})(1 + \psi)\eta_{mec} = B(1 - \frac{\xi_1}{\phi_1})$$

que es la ecuación de una recta que se corresponde con una determinada apertura del inyector.

El par de arranque es: $C_{arranque} = 0{,}003\ Q \sqrt{H_n}\ D \phi_1 (1 + \psi)\eta_{mec}$

Para diversas aperturas se obtienen una serie de rectas que tienen en común el punto $(\xi_1/\phi_1 = 1)$ es decir, la velocidad periférica del rodete es igual a la velocidad del chorro ($u = c_1$), o lo que es lo mismo, la velocidad de embalamiento u_{emb}, aunque en la práctica ésta es algo menor.

El par, la potencia y el rendimiento, se anulan simultáneamente para la velocidad de embalamiento, (punto de ordenada nula).

Las curvas C(n) son de gran interés para el estudio de la regulación y el acoplamiento mecánico de la turbina y el alternador. La ordenada en el origen es el par de arranque y su valor es, aproximadamente, el doble que el de régimen, lo que permite el arranque en carga cuando el par resistente en el arranque es mayor que el de régimen.

VI.5.- TURBINA PELTON UNIDAD

FORMULAS DE SEMEJANZA.- Si se considera una turbina Pelton unidad en la que:

$$H_{n_{11}} = 1\ m \ ;\ D_{2(11)} = D_{1(11)} = D_{11} = 1\ m$$

y una turbina semejante de diámetro D, la relación de semejanza es:

$$\lambda = \frac{D}{D_{11}} = D$$

y las fórmulas de semejanza se pueden poner en la forma:

$$\sqrt{\frac{H_n}{H_{n_{11}}}} = \frac{n\,D}{n_{11}\,D_{11}} = \frac{n}{n_{11}}\,\lambda \quad ; \quad n_{11} = \frac{n\,\lambda}{\sqrt{H_n}} = \frac{n\,D}{\sqrt{H_n}} \quad ; \quad n = n_{11}\frac{\sqrt{H_n}}{D}$$

$$Q = Q_{11}\,D^2\sqrt{H_n} \quad ; \quad Q_{11} = \frac{Q}{D^2\sqrt{H_n}} \quad ; \quad N_{11} = \frac{N}{D^2\sqrt{H_n^3}} \quad ; \quad C_{11} = \frac{C}{D^3 H_n}$$

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{n_{11}\sqrt{H_n}}{D}\,\sqrt{N_{11}}\,D\,H_n^{3/4}\,\frac{1}{H_n^{5/4}} = n_{11}\sqrt{N_{11}} \qquad n_{11} = \frac{n_s}{\sqrt{N_{11}}} = \frac{n\,D}{\sqrt{H_n}}$$

Para los distintos valores del grado de apertura ***x*** del inyector se obtienen diversas familias de curvas, Fig VI.13.

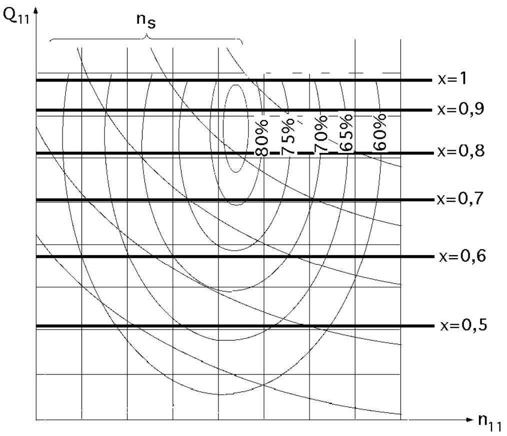


Fig VI.13.- Curvas características de caudal

CAUDALES.- Para los caudales se tiene:

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2\sqrt{H_n}} = \left|\, Q = 3{,}477\,\phi_1 d^2\sqrt{H_n}\,\right| = 3{,}477\,\phi_1\frac{d^2}{D^2}$$

que son rectas paralelas al eje de abscisas, como ya sabíamos, Fig VI.13, por cuanto son independientes de n_{11}, y constantes para cada tipo de turbina, y grado de apertura del inyector. Intervalos iguales de ***x*** decrecientes se traducen en intervalos crecientes de la ordenada en el origen.

PAR MOTOR.- Para el par motor se tiene:

$$C_{11} = \frac{C}{H_n D^3} = \left| \begin{array}{l} Q = 3{,}477\,\phi_1 d^2\sqrt{H_n} \quad ; \quad n = n_{11}\dfrac{\sqrt{H_n}}{D} \\ C = \dfrac{\gamma\,Q\,(c_1 - u_1)(1+\psi)}{g}\,\dfrac{D}{2}\,\eta_{mec} \end{array} \right| = \frac{\dfrac{\gamma\,Q\,(c_1 - u_1)(1+\psi)}{g}\,\dfrac{D}{2}\,\eta_{mec}}{H_n D^3} =$$

$$= \frac{\gamma\,3{,}477\,\phi_1 d^2\sqrt{H_n}\,(c_1 - u_1)(1+\psi)\,\eta_{mec}}{2\,g\,H_n D^2} = \frac{\gamma\,3{,}477\,\phi_1 d^2\sqrt{H_n}\,(\phi_1\sqrt{2\,g\,H_n} - \dfrac{D\,\pi\,n}{60})(1+\psi)\,\eta_{mec}}{2\,g\,H_n D^2} =$$

$$= \frac{\gamma\,3{,}477\,\phi_1 d^2\sqrt{H_n}\,(\phi_1\sqrt{2\,g\,H_n} - \dfrac{D\,\pi n_{11}\dfrac{\sqrt{H_n}}{D}}{60})(1+\psi)\,\eta_{mec}}{2\,g\,H_n D^2} = \frac{177{,}4\,\phi_1\,d^2}{D^2}\,(\phi_1\sqrt{2\,g} - \frac{\pi n_{11}}{60})(1+\psi)\,\eta_{mec} =$$

$$= (\frac{785{,}4\,\phi_1^2\,d^2}{D^2} - \frac{9{,}28\,\phi_1\,d^2}{D^2}\,n_{11})(1+\psi)\,\eta_{mec} = A^* - B^*\,n_{11}$$

El par de arranque es el valor máximo del par: $C_{11(máx)} = \dfrac{785{,}4\,\phi_1^2\,d^2}{D^2}\,(1+\psi)$

El par motor $C_{11} = 0$ para la velocidad de embalamiento ($u_{11} = c_{11}$):

$$c_{11} = u_{11} = \frac{\pi D_{11}\,n_{11(emb)}}{60} \qquad \phi_1\sqrt{2\,g} = \frac{\pi\,n_{11(emb)}}{60} \quad ; \quad n_{11(emb)} = \frac{60\,\phi_1\sqrt{2\,g}}{\pi} = 84{,}55\,\phi_1$$

por lo que las rectas de mínima apertura presentan una velocidad de embalamiento más pequeña.

POTENCIA.- Para la potencia, con $\psi = 1$, se tiene:

$$N_{11} = C_{11}\frac{\pi n_{11}}{30} = \left(\frac{785{,}4\ \phi_1^2\ d^2}{D^2} - \frac{9{,}28\ \phi_1\ d^2}{D^2}\ n_{11}\right)(1+\psi)\,\eta_{mec}\,\frac{\pi n_{11}}{30} = A_1\ n_{11} - B_1\ n_{11}^2$$

siendo: $$\begin{cases} A_1 = \dfrac{785{,}4\ \phi_1^2\ d^2}{D^2}\,(1+\psi)\,\eta_{mec}\,\dfrac{\pi}{30} = \dfrac{82{,}25\ \phi_1^2\ d^2}{D^2}(1+\psi)\,\eta_{mec} \\ B_1 = \dfrac{9{,}28\ \phi_1\ d^2}{D^2}\,(1+\psi)\,\eta_{mec}\,\dfrac{\pi}{30} = 0{,}97\ \phi_1\dfrac{d^2}{D^2}\,(1+\psi)\,\eta_{mec} \end{cases}$$

El punto de potencia máxima se obtiene haciendo $\dfrac{dN_{11}}{dn_{11}} = 0$

$$A_1 - 2\,B_1\,n_{11} = 0\ \ ;\ \ \frac{82{,}25\ \phi_1^2\ d^2}{D^2}\,(1+\psi)\,\eta_{mec} - 2 \times 0{,}97\ \phi_1\frac{d^2}{D^2}\,(1+\psi)\,\eta_{mec}\,n_{11} = 0 \qquad n_{11} = 42{,}4\ \phi_1$$

válida para cualquier valor de ψ y que coincide con la mitad de la velocidad de embalamiento, desplazándose estos vértices hacia el origen a medida que disminuye el grado de apertura.

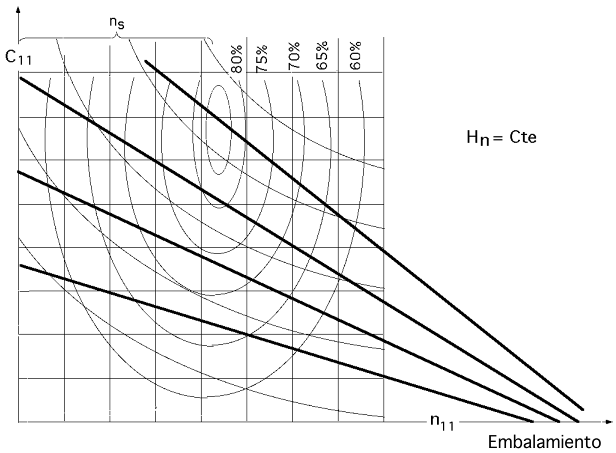


Fig VI.14.- Curvas características de par motor

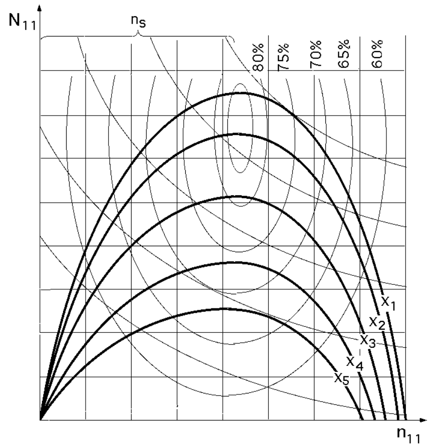


Fig VI.15.- Curvas características de potencia

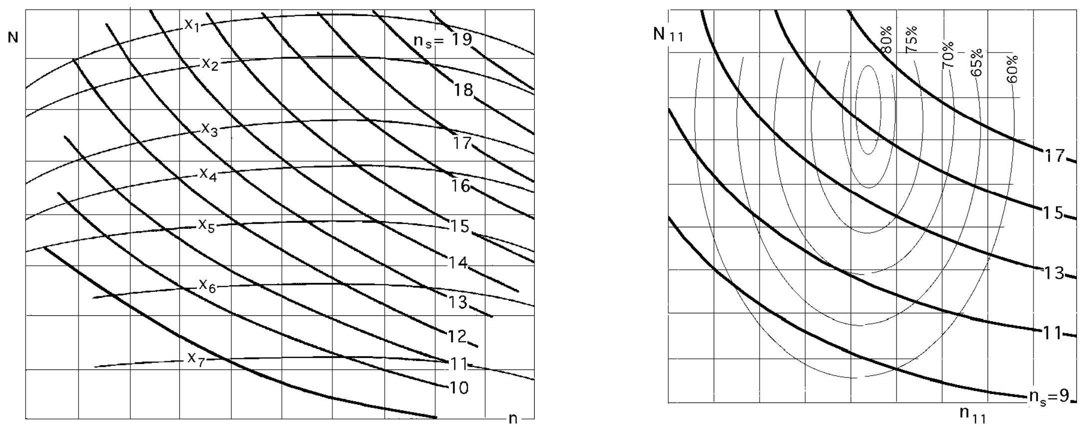


Fig VI.16.- Curvas de igual velocidad específica

CURVAS DE IGUAL VELOCIDAD ESPECIFICA.- Las curvas de igual velocidad específica n_s son de la forma:

$$n_s = n_{11}\sqrt{N_{11}} = \sqrt{A_1\ n_{11}^3 - B_1\ n_{11}^4}$$

y su valor máximo se obtiene para: $\begin{cases} 3\,A_1 n_{11}^2 - 4\,B_1 n_{11}^3 = 0 \\ n_{11(máx)} = \dfrac{3\,A_1}{4\,B_1} = 63{,}23\,\phi_1 \end{cases}$

$$n_{s(máx)} = \sqrt{A_1\, n_{11(máx)}^3 - B_1\, n_{11(máx)}^4} = \sqrt{82{,}25\,\phi_1^2 \frac{d^2}{D^2}\, n_{11(máx)}^3 - 0{,}97\,\phi_1 \frac{d^2}{D^2}\, n_{11(máx)}^4}\ \sqrt{(1+\psi)\,\eta_{mec}} =$$

$$= \sqrt{82{,}25\,\phi_1^2 \frac{d^2}{D^2}\,(63{,}23\,\phi_1)^2 - 0{,}97\,\phi_1 \frac{d^2}{D^2}\,(63{,}23\,\phi_1)^4}\ \sqrt{(1+\psi)\,\eta_{mec}} = 570\,\sqrt{\phi_1^5 (1+\psi)\,\eta_{mec}}\ \frac{d}{D}$$

VI.6.- COLINA DE RENDIMIENTOS

Las curvas características anteriormente estudiadas, determinan en cada uno de sus puntos un valor del rendimiento, cuya representación gráfica se obtiene mediante una serie de ordenadas perpendiculares a la curva característica; el conjunto de estas ordenadas proporciona unas superficies de rendimientos de la forma:

$$f(\eta, Q, n) = 0 \quad ; \quad F(\eta, C, n) = 0 \quad ; \quad \xi(\eta, N, n) = 0$$

que, a su vez, se pueden representar en los planos: (Q, n), (C, n) ó (N, n), mediante curvas de igual rendimiento, que no son otra cosa que las proyecciones, sobre dichos planos, de las sucesivas secciones originadas por la intersección de planos paralelos a las mismas de η = Cte, con las superficies de rendimientos correspondientes; las líneas de nivel, son líneas de igual rendimiento.

En la turbina Pelton, el punto de máximo rendimiento no se corresponde con la apertura completa del inyector, Fig VI.13; si la velocidad es grande, el rendimiento disminuye debido a que parte del agua pasa por la turbina, escapándose del rodete sin producir ningún trabajo, haciendo que el rendimiento volumétrico disminuya rápidamente.

Esta disminución se hace mucho más ostensible a partir de un cierto valor de la velocidad, por cuanto el chorro podría llegar a incidir sobre el dorso de la pala, frenándola.

Dentro de los valores de apertura del inyector que mantienen un alto rendimiento del mismo, los rendimientos dependen sólo de la velocidad de giro, y vienen representados por líneas casi rectas, sensiblemente paralelas al eje de ordenadas, dispuestas casi simétricamente respecto al punto de máximo rendimiento.

Para aperturas pequeñas del inyector, el rendimiento del mismo baja mucho por cuanto ϕ_1 es pequeño, cerrándose las curvas de igual rendimiento por su parte inferior. El rendimiento de la turbina Pelton cuando está poco afectada por la variación de potencia, es muy sensible a las variaciones de velocidad n, confirmándose el trazado parabólico de las características de potencia para cada apertura y el trazado rectilíneo y vertical de las líneas de igual rendimiento, que se cierran por abajo para aperturas pequeñas.

En el caso que se expone en la Fig VI.17, la colina de rendimientos presenta unas líneas paralelas al eje de ordenadas, deduciéndose de ésto que la turbina que funcione con velocidad n_{11} constante se acomoda mal a cualquier variación de la altura del salto, mientras que soportará bien fuertes variaciones de potencia, o lo que es lo mismo, de caudal. Para poder trabajar con mayor comodidad, una vez seleccionada la velocidad de funcionamiento n_{11} se corta a la superficie de rendimientos por el plano correspondiente a esta velocidad, obteniéndose una gráfica (η, N_{11}) que permite conocer el comportamiento de la turbina trabajando con distintas cargas.

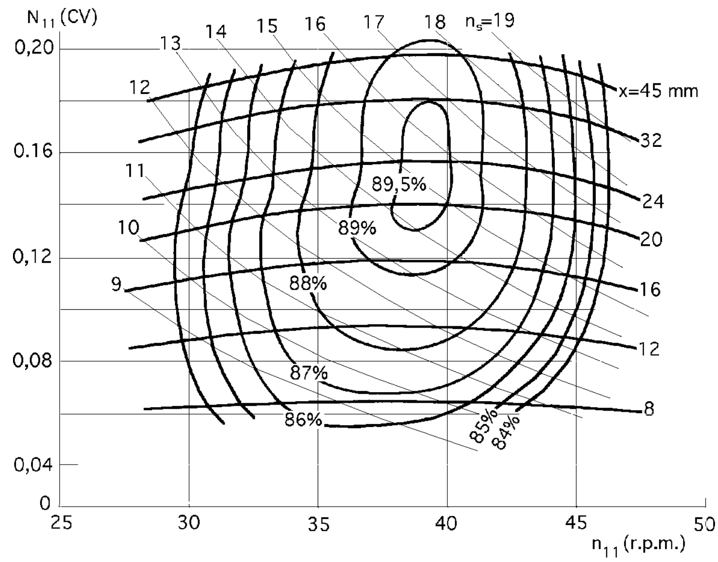


Fig VI.17.- Colina de rendimientos

VI.7.- RÉGIMEN TRANSITORIO

En el momento de apertura del inyector de la turbina Pelton, una cazoleta recibe el chorro de agua en choque directo; la fuerza que se ejerce sobre dicha cazoleta es:

$$F_0 = \frac{\gamma Q}{g} (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = |\alpha_1 = 0 \;;\; c_2 \rightarrow 0| = \frac{\gamma Q \, c_1}{g}$$

siendo α_1 el ángulo de ataque del chorro sobre la cazoleta y c_2 la velocidad de salida del agua.

Si la turbina está en movimiento:

$$F = \frac{\gamma Q}{g} (w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2) = \begin{vmatrix} w_2 = \psi w_1 \\ \beta_1 = 0 \;;\; \beta_2 \quad 180^o \end{vmatrix} = \frac{\gamma Q \, w_1}{g} (1 + \psi)$$

en la que de acuerdo con los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida de la turbina, β_1 y β_2 son ángulos constructivos de las cazoletas y w_1 y w_2 las velocidades relativas del agua a la entrada y salida; suponiendo que el coeficiente de reducción de velocidad $\psi = 1$, resulta:

$$F = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - u_1)$$

Para calcular el par, $C = C_m - C_r$, hay que tener en cuenta que éste varía con la velocidad angular w, y es igual al producto de la fuerza media F que se ejerce por el chorro de agua sobre las cazoletas multiplicada por el radio Pelton R_p, en la forma:

$$F = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - u_1) = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - R_p w)$$

$$C = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - R_p w) R_p = \frac{2 \gamma Q R_p}{g} (c_1 - R_p w)$$

Cuando la turbina se embala el par motor es:

$$C = \frac{2 \gamma Q R_p}{g} (c_1 - R_p \, w)_{emb} = \left| c_1 = R_p \, w_{emb} \right| = \frac{2 \gamma Q R_p^2}{g} (w_{emb} - w) = I \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2 \gamma Q R_p^2}{g I} dt = \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R_p}{r})^2 dt$$

$$\ln \frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = - \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R_p}{r})^2 (t - t_0) = - \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R_p}{r})^2 t_{man}$$

$$\frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = \exp\{- \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R_p}{r})^2 (t - t_0)\} = \exp (- \frac{t - t_0}{k^*}) = \exp (- \frac{t_{man}}{k^*})$$

siendo t_{man} el tiempo de maniobra, y ***k**** una constante temporal de la forma:

$$k^* = \frac{g M}{2 \gamma Q} (\frac{r}{R_p})^2 = \frac{M}{2 \rho Q} (\frac{r}{R_p})$$

en las que w_0 es la velocidad angular de la turbina en régimen estacionario, tiempo t_0.

A título de ejemplo, vamos a considerar algunas situaciones en el funcionamiento de una turbina Pelton que utiliza un caudal nominal de Q = 12 m³/seg y está conectada a un alternador, siendo M = 200 Tm la masa del grupo que tiene un radio de inercia: r = 0,55 D_p/2.

a) Si se supone que la turbina está parada, se abren los inyectores y se forma un chorro igual al 10% del valor maximal, el tiempo de maniobra necesario para que la turbina adquiera la velocidad óptima de régimen es:

$$Q_1 = 0{,}1 \times 12 \ (m^3/seg) = 1{,}2 \ (m^3/seg)$$

Para ($t = t_0 = 0$) la velocidad angular es, a turbina parada, $w_0 = 0$

Para ($t = t$) la velocidad de embalamiento de una turbina Pelton es 1,8 w_0

$$k^* = \frac{M}{2 \rho Q} (\frac{r}{R_p})^2 = \frac{200000 \text{ kg}}{2 \times 1000 \ (kg/m^3) \times 1{,}2 \ (m^3/seg)} 0{,}55^2 = 25{,}25 \text{ seg}$$

El tiempo t_{man} que la turbina tardará en alcanzar la velocidad nominal con el inyector al 10% es:

$$\frac{w_{emb} - \frac{1}{1{,}8} w_{emb}}{w_{emb} - 0} = \exp (- \frac{t_{man}}{25{,}25}) = 0{,}4444 \qquad t_{man} = 20{,}27 \text{ seg}$$

b) Si la turbina funciona a potencia maximal (régimen estacionario), y se produce una disfunción en la red que anula bruscamente el par resistente del alternador, el tiempo de maniobra $t_{man(1)}$ necesario para que la velocidad del grupo se incremente en un 25% se calcula haciendo las siguientes consideraciones:

La velocidad angular en régimen estacionario es: $w_0 = \frac{w_{emb}}{1{,}8}$

La velocidad angular con el 25% de sobrevelocidad en un tiempo t_1 es:

$$w_1 = 1{,}25 \ w_0 = 1{,}25 \ \frac{w_{emb}}{1{,}8} = 0{,}694 \ w_{emb}$$

Tiempo $t_{man\,(1)}$ que la turbina tardará en alcanzar la sobrevelocidad del 25%:

$$k_1^* = \frac{M}{2 \rho Q} (\frac{r}{R_p})^2 = \frac{200000 \text{ kg}}{2 \times 1000 \ \frac{kg}{m^3} \times 12 \ \frac{m^3}{seg}} 0{,}55^2 = 2{,}525 \text{ seg}$$

$$\frac{w_{emb} - 0{,}694\, w_{emb}}{w_{emb} - \dfrac{w_{emb}}{1{,}8}} = \exp\left(- \frac{t_{man\,(1)}}{2{,}525}\right) = 0{,}6885 \qquad t_{man\,(1)} = 0{,}94 \text{ seg}$$

c) Si en el instante en que se alcanza el 25% de sobrevelocidad se inicia el cierre total de los inyectores, que dura $t_{man(2)}$ = 20 segundos, y suponiendo durante el cierre una variación lineal del caudal respecto del tiempo, el aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo se calcula teniendo en cuenta que el caudal ya no es constante, pasando a ser de la forma:

$$Q = Q_0 \left(1 - \frac{t}{t_{man(2)}}\right) = Q_0 \left(1 - \frac{t}{20}\right)$$

quedando la ecuación del movimiento del grupo en la forma:

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2\, \rho\, Q\, R_p^2}{I}\, dt = \frac{2\, \rho\, Q}{M} \left(\frac{R_p}{r}\right)^2 dt = \frac{2\, \rho\, Q_0}{M} \left(\frac{R_p}{r}\right)^2 \left(1 - \frac{t}{t_{man(2)}}\right) dt = \left(1 - \frac{t}{t_{man(2)}}\right) \frac{dt}{k_2^*}$$

$$\int_w^{w_2} \frac{dw}{w_{emb} - w} = \ln \frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_1} = - \left(t - \frac{t^2}{2\, t_{man(2)}}\right) \frac{1}{k_2^*}$$

Al cabo del tiempo de maniobra $t_{man(2)}$ se obtiene otra velocidad angular w_2, tal que:

$$\ln \frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - w_1} = - \left(t - \frac{t^2}{2\, t_2}\right)_{t_{man(2)}} \frac{1}{k_2^*} = \left(t_{man(2)} - \frac{t_{man(2)}^2}{2\, t_{man(2)}}\right) \frac{1}{k_2^*} = \frac{t_{man(2)}}{2\, k_2^*}$$

y sustituyendo los valores $t_{2man(2)}$ = 20 seg, k_2^* = 2,525 seg y $w_1 = 0{,}694\, w_{emb}$, resulta:

$$\ln \frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - w_1} = \ln \frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - 0{,}694\, w_{emb}} = - \frac{t_{man(2)}}{2\, k_2^*} = - \frac{20 \text{ seg}}{2 \times 2{,}525} = - 3{,}96$$

$$w_2 = 0{,}994\, w_{emb}$$

por lo que en esta situación el grupo adquiriría prácticamente la velocidad de embalamiento.

d) El tiempo de maniobra necesario para que la sobrevelocidad no sobrepasase el 50% de la velocidad de régimen se calcula haciendo la siguiente consideración:

Para $t_{man(3)}$ la velocidad angular es: $w_3 = 1{,}5\, \dfrac{w_{emb}}{1{,}8} = 0{,}833\, w_{emb}$

$$\ln \frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_1} = \ln \frac{w_{emb} - 0{,}833\, w_{emb}}{w_{emb} - 0{,}694\, w_{emb}} = - 0{,}606 = - \frac{t_{man(3)}}{2 \times 2{,}525} \qquad t_{man(3)} = 3{,}06 \text{ seg}$$

No se puede cortar el caudal tan rápido por parte de los inyectores, bajo pena de provocar el golpe de ariete en el conducto de alimentación de los mismos, por lo que en este caso habrá que desviar el chorro mediante un deflector.

e) Si se dispone de un contrachorro, que sabemos actúa en sentido contrario al movimiento, y que consume un caudal igual al 5% del maximal y admitiendo que la cara que las cazoletas presentan a éste contrachorro le desvían 90º, el tiempo $t_{man(4)}$ de acción del contrachorro necesario para asegurar el frenado de la turbina, en ausencia del chorro principal, se puede calcular en base a las siguientes consideraciones:

$$F_{contrachorro} = - \frac{\gamma Q_{contrachorro}}{g} (c_1 + u_1)$$

$$C_{contrachorro} = - \frac{\gamma Q_{contrachorro}}{g} (c_1 + u_1) R_p = \left| \begin{matrix} u_1 = R_p w \\ c_1 = R_p w_{emb} \end{matrix} \right| =$$

$$= - \frac{\gamma Q_{contrachorro}}{g} (w_{emb} + w) R_p^2 = - \rho Q_{contrachorro} (w_{emb} + w) R_p^2 = I \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{- \rho Q_{contrachorro} R_p^2}{I} dt = \frac{- \rho Q_{contrachorro}}{M} (\frac{R_p}{r})^2 t_{man(4)}$$

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb} + w} = \frac{\rho Q_{contrachorro}}{M} (\frac{R_p}{r})^2 t_{man(4)} = \frac{t_{man(4)}}{k_4^*} =$$

$$= \left| \begin{matrix} Q_{contrachorro} = 0{,}05\ Q = 0{,}05 \times 12 \frac{m^3}{seg} = 0{,}6 \frac{m^3}{seg} \\ k_4^* = \frac{M r^2}{\rho Q_{contrachorro} R_p^2} = \frac{200000 \times 0{,}55}{1000 \times 0{,}6 \times 1^2} \end{matrix} \right| = \frac{t_{man(4)}}{100{,}83 \text{ seg}}$$

Si se frena después de la velocidad de régimen normal:

Para obtener una velocidad w = 0 se necesita un tiempo $t_{man(4)}$ de la forma:

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}} = \frac{t_{man(4)}}{100{,}83 \text{ seg}}$$

$$t_{man(4)} = 100{,}83 \ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}} = \left| w_0 = \frac{w_{emb}}{1{,}8} \right| =$$

$$= 100{,}83 \ln \frac{w_{emb} + \frac{w_{emb}}{1{,}8}}{w_{emb}} = 100{,}83 \ln 1{,}556 = 44{,}55 \text{ seg}$$

Si se frena cuando ha adquirido un exceso de velocidad que no sobrepase el 50% de la velocidad de régimen, el tiempo de maniobra para el frenado es:

$$t_{man(4)} = 100{,}83 \ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}} = \left| w_0 = 1{,}5 \frac{w_{emb}}{1{,}8} = 0{,}833 \right| =$$

$$= 100{,}83 \ln \frac{w_{emb} + 0{,}833\ w_{emb}}{w_{emb}} = 100{,}83 \ln 1{,}833 = 61{,}1 \text{ seg}$$

VII.- TURBINA FRANCIS

VII.1.- CLASIFICACIÓN SEGÚN EL RODETE

Las turbinas Francis, Fig VII.1.a.b, son de tipo radial, admisión centrípeta y tubo de aspiración; siempre se construyen en condiciones de rendimiento máximo, dando lugar a tres tipos fundamentales, lentas, normales y rápidas, diferenciándose unas de otras en la forma del rodete.

Haciendo uso de la ecuación fundamental de las turbinas en condiciones de rendimiento máximo $\alpha_2 = 90^o$ resulta:

$$c_1\, u_1 \cos \alpha_1 = \eta_{hid}\, g\, H_n \quad \text{ó} \quad c_{1n}\, u_1 = \eta_{hid}\, g\, H_n$$

El ángulo β_1 es de gran importancia por su influencia sobre la velocidad tangencial y el número de rpm. El rendimiento hidráulico oscila entre 0,85 y 0,95.

Los triángulos de velocidades a la entrada son de la forma indicada en la Fig VII.2, en donde en función de los coeficientes óptimos de velocidad, se tiene:

Rodetes lentos, $u_1 < c_{1n}$; $\xi_1 < \mu_1$
Rodetes normales, $u_1 = c_{1n}$; $\xi_1 = \mu_1$
Rodetes rápidos, $u_1 > c_{1n}$; $\xi_1 > \mu_1$

La condición de rendimiento máximo: $c_{2n} = 0,\ \mu_2 = 0$, implica un rendimiento hidráulico de la forma:

$$\eta_{hid} = 2\,(\xi_1\, \mu_1 - \xi_2\, \mu_2) = \left| \mu_2 = 0 \right| = 2\, \xi_1\, \mu_1$$

que puede lograrse variando ξ_1 ó μ_1 de forma que si uno aumenta el otro tiene que disminuir y viceversa, con lo que u_1 y c_1 tienen que variar en la misma forma.

En primera aproximación se pueden clasificar en función de la velocidad:

$$\text{Tipo de rodete: } \begin{cases} \text{Normal: } \eta_{hid} = 2\,\mu_1^2 = 2\,\xi_1^2 \;;\quad \xi_1 = \mu_1 = \sqrt{\dfrac{\eta_{hid}}{2}} \\ \text{Lento: } \xi_1 < \sqrt{\dfrac{\eta_{hid}}{2}} \\ \text{Rápido: } \xi_1 > \sqrt{\dfrac{\eta_{hid}}{2}} \end{cases}$$

Los valores de ξ_1 se pueden obtener de las gráficas de Voetsch y Allis Chalmers, Fig VII.8, en función del número específico de revoluciones.

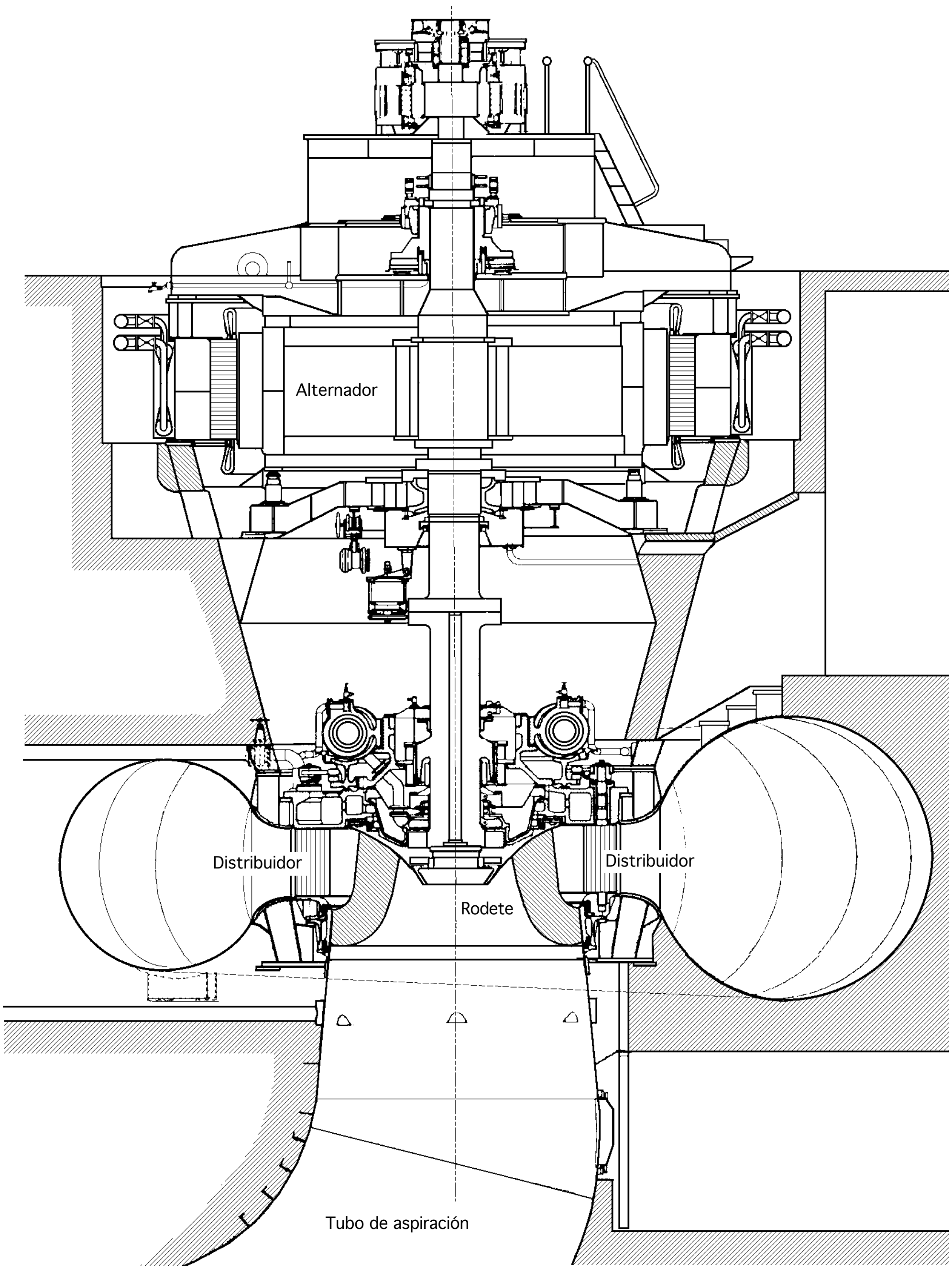


Fig VII.1.a.- Esquema general del montaje de una turbina Francis

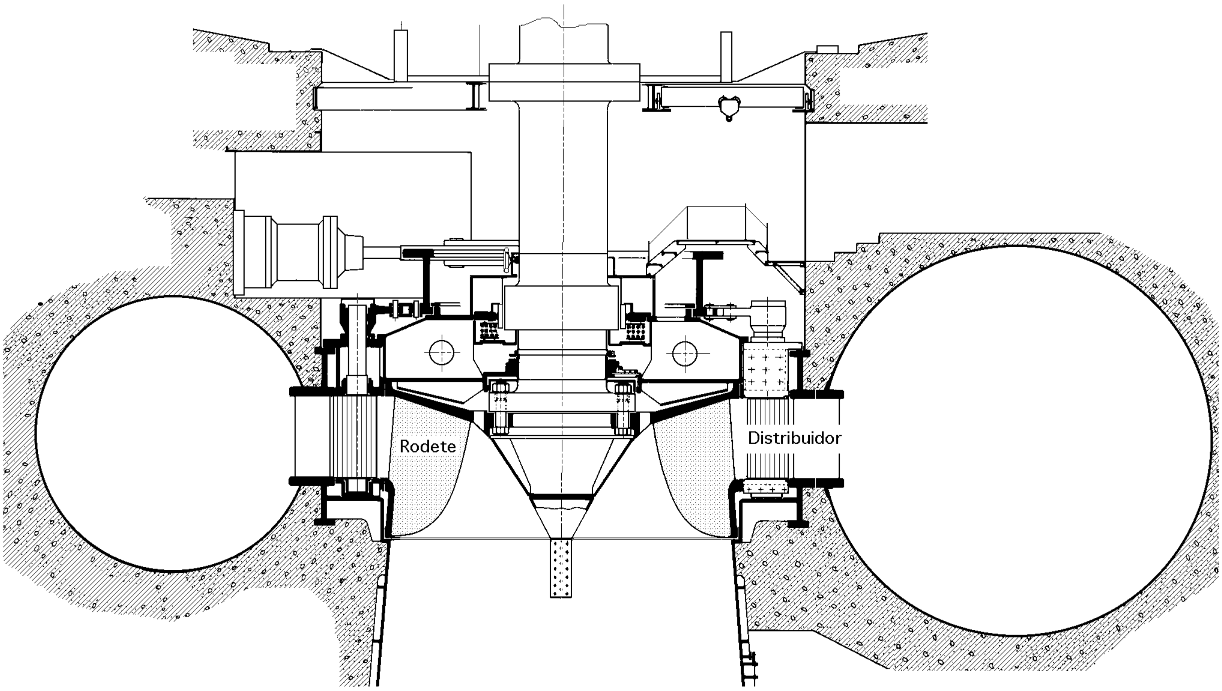
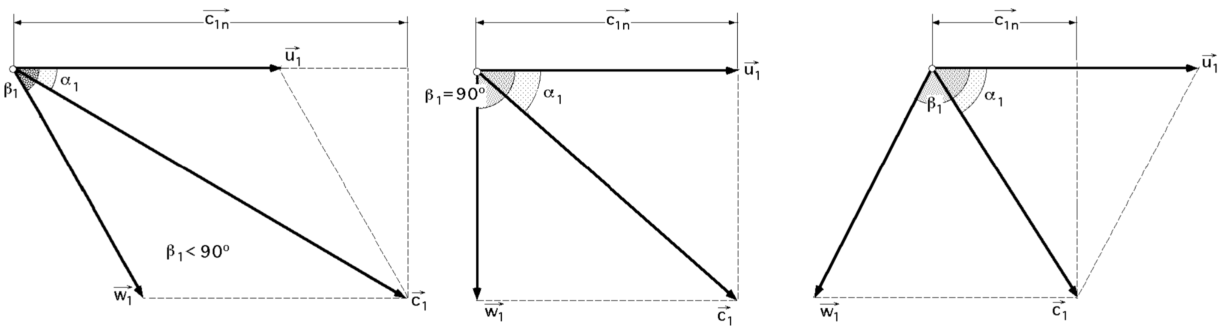


Fig VII.1.b.- Detalle del rodete y el distribuidor en una turbina Francis



Rodetes lentos   Rodetes normales   Rodetes rápidos

Fig VII.2.- Triángulos de velocidades a la entrada según diversos valores de β_1

RODETES LENTOS.- Los ***rodeteslentos***, Fig VII.3, se utilizan en los grandes saltos; con ellos se tiende a reducir el número de revoluciones, lo cual supone un aumento del diámetro D_1 del rodete respecto al del tubo de aspiración D_3. El ángulo a la entrada $\beta_1 < 90°$, ($\alpha_1 < 15°$) y su número de revoluciones específico está comprendido entre 50 y 100. En estas turbinas se obtienen velocidades tangenciales reducidas. Los álabes tienen forma especial, aumentando su espesor a fin de que su cara posterior guíe mejor el chorro que atraviesa el rodete deslizándose en contacto con las paredes de los álabes, ya que de no ser así el chorro se despegaría de la cara posterior de los mismos, originando remolinos.

RODETES NORMALES.- Los ***rodetesnormales***, Fig VII.4, se caracterizan porque el diámetro D_1 es ligeramente superior al del tubo de aspiración D_3. El agua entra en el rodete radialmente y sale de él axialmente, entrando así en el tubo de aspiración. El valor de β_1 es del orden de 90°, (15°< α_1 < 30°) y se alcanza un $\boldsymbol{n_s}$ comprendido entre 125 y 200 rpm. No existen apenas huelgos entre el distribuidor y la rueda. En estas turbinas, en el triángulo de velocidades a la entrada, al ser β_1 = 90°, se cumple:

$$u_1 = c_1 \cos \alpha_1 \quad ; \quad u_1^2 = \eta_{hid}\, g\, H_n$$

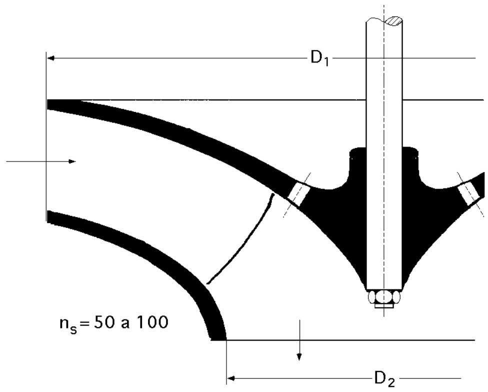


Fig VII.3.- Rodete Francis lento, β_1>90

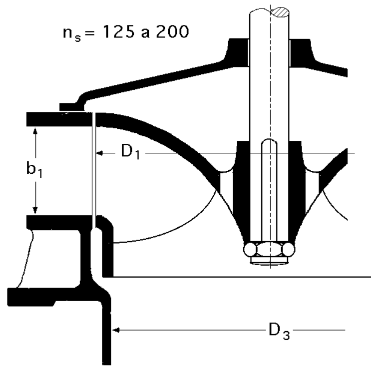


Fig VII.4.- Rodete Francis normal, β_1=90

RODETES RÁPIDOS.- Los ***rodetes rápidos,*** Fig VII.5, permiten obtener elevadas velocidades de rotación para valores de n_s comprendidos entre 225 y 500. El diámetro del rodete D_1 es menor que el D_3 del tubo de aspiración y el cambio de dirección del agua se efectúa más bruscamente que en las turbinas normales. El ángulo de entrada $\beta_1 > 90°$, ($\alpha_1 < 45°$) favorece el aumento del número de revoluciones, porque aumenta u_1; en estas turbinas hay un huelgo bastante grande entre el rodete y el distribuidor, sin que ello tenga apenas ninguna influencia en el rendimiento; el agua entra radialmente y recorre un cierto espacio antes de entrar en el rodete; en este espacio al no existir rozamientos con los álabes, se consigue mejorar el rendimiento.

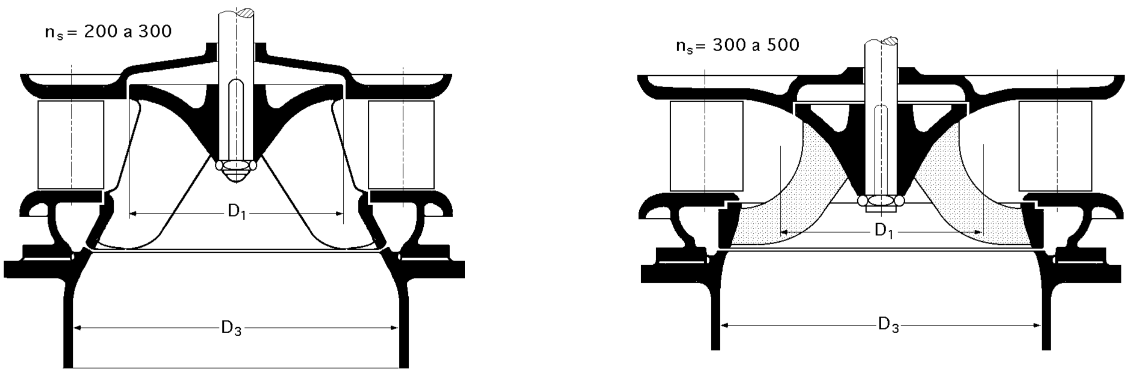


Fig VII.5.- Rodetes Francis rápidos, β_1<90

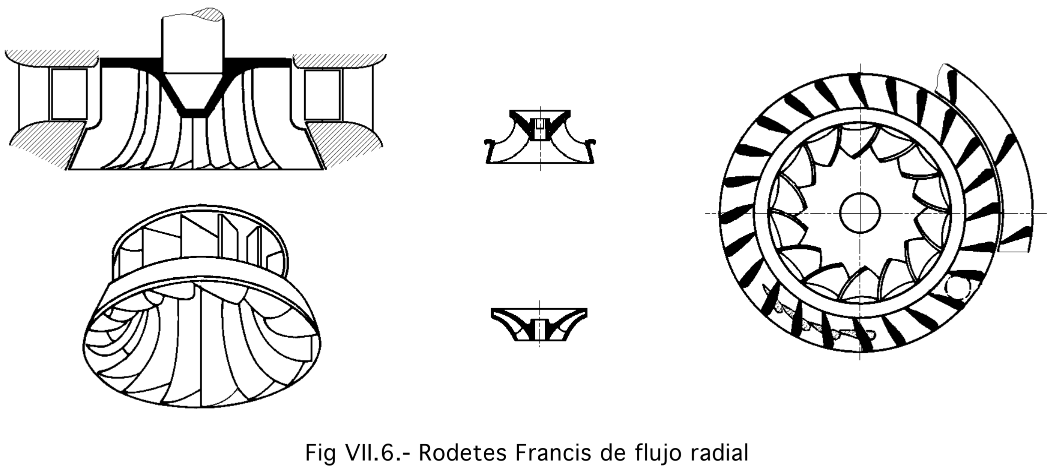


Fig VII.6.- Rodetes Francis de flujo radial

En estas turbinas, para unos mismos valores de H_n y α_1 en comparación con las normales, se obtiene un valor de c_1 menor, resultando mayor la velocidad tangencial u_1. Los conductos entre álabes resultan más largos y estrechos y, en consecuencia, las pérdidas por rozamiento son relativamente altas, lo cual reduce el rendimiento; los rodetes trabajan con mucha sobrepresión, produciéndose grandes aceleraciones en los conductos.

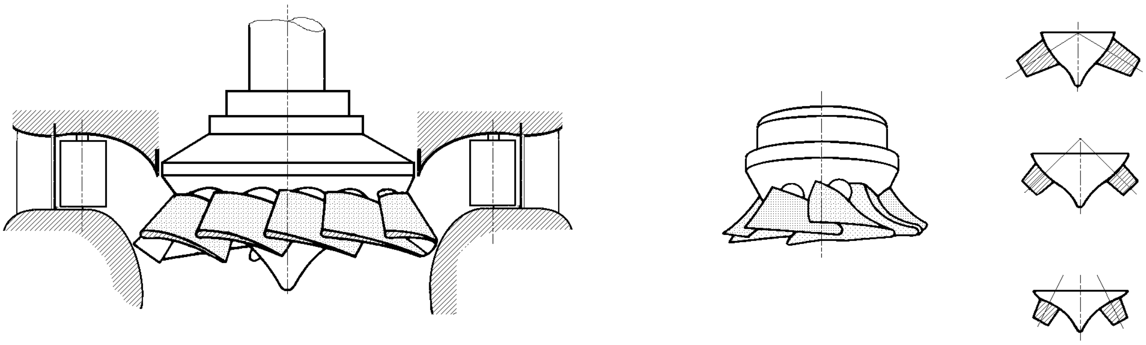


Fig VII.7.- Rodetes Francis de flujo diagonal

VII.2.- VELOCIDAD ESPECIFICA EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LA TURBINA.

A la entrada del rodete, la velocidad absoluta del agua c_1 está situada en un plano normal al eje de giro, siendo la componente axial nula, por lo que la velocidad meridiana c_{1m} coincide con la radial.

El valor de n_s es:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| \begin{array}{l} c_{1m} = \dfrac{Q}{\pi D_1 b_1} = k_{1m}\sqrt{2\,g\,H_n} \qquad Q = k_{1m}\sqrt{2\,g\,H_n}\;\pi D_1 b_1 = 13{,}90\;k_{1m}\sqrt{H_n}\;D_1 b_1 \\ N = \dfrac{\gamma\,Q\,H_n\,\eta}{75} = 0{,}1853\;\gamma\;k_{1m}\sqrt{H_n^3}\;D_1 b_1 \eta \xrightarrow{\text{Para el agua}} N = 185{,}3\;k_{1m}\sqrt{H_n^3}\;D_1 b_1 \eta \\ u_1 = \xi_1\sqrt{2\,g\,H_n} = \dfrac{\pi D_1 n}{60} \;\;;\;\; n = 84{,}55\;\dfrac{\xi_1}{D_1}\sqrt{H_n} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{84{,}55\;\dfrac{\xi_1}{D_1}\sqrt{H_n}\;\sqrt{185{,}3\;k_{1m}\;D_1\;b_1\;H_n^{3/2}\;\eta}}{H_n^{5/4}} = 1150\;\xi_1\sqrt{k_{1m}\;\frac{b_1}{D_1}\;\eta}$$

observándose que el coeficiente numérico es el doble del que aparece en las turbinas Pelton, mientras que la relación (d/D) se sustituye por $\sqrt{b_1/D_1}$

El rendimiento η influye en la misma forma que en las Pelton, apareciendo el coeficiente k_{1m} de la componente meridiana c_{1m} en lugar del coeficiente ϕ_1 de la velocidad c_1 del chorro. El rendimiento tiene que ser lo más elevado posible y como la relación (b_1/D_1) viene impuesta, sólo quedan como variables que influyen en n_s los coeficientes k_{1m} y ξ_1. Los márgenes de variación de k_{1m} son limitados, por cuanto para un salto dado H_n los valores que se fijan para k_{1m} deben proporcionar una componente c_{1m} aceptable desde un punto de vista hidráulico. Si se supone un H_n grande y se da a k_{1m} un valor elevado, la componente c_{1m} será también muy elevada, lo cual ocasionará unas pérdidas de carga inadmisibles.

Por el contrario, si tanto H_n y k_{1m} se toman pequeños, la velocidad c_{1m} será también pequeña y al tener que evacuar un caudal determinado, la sección de salida del distribuidor tendrá que ser muy grande, lo que exigiría una rueda demasiado grande.

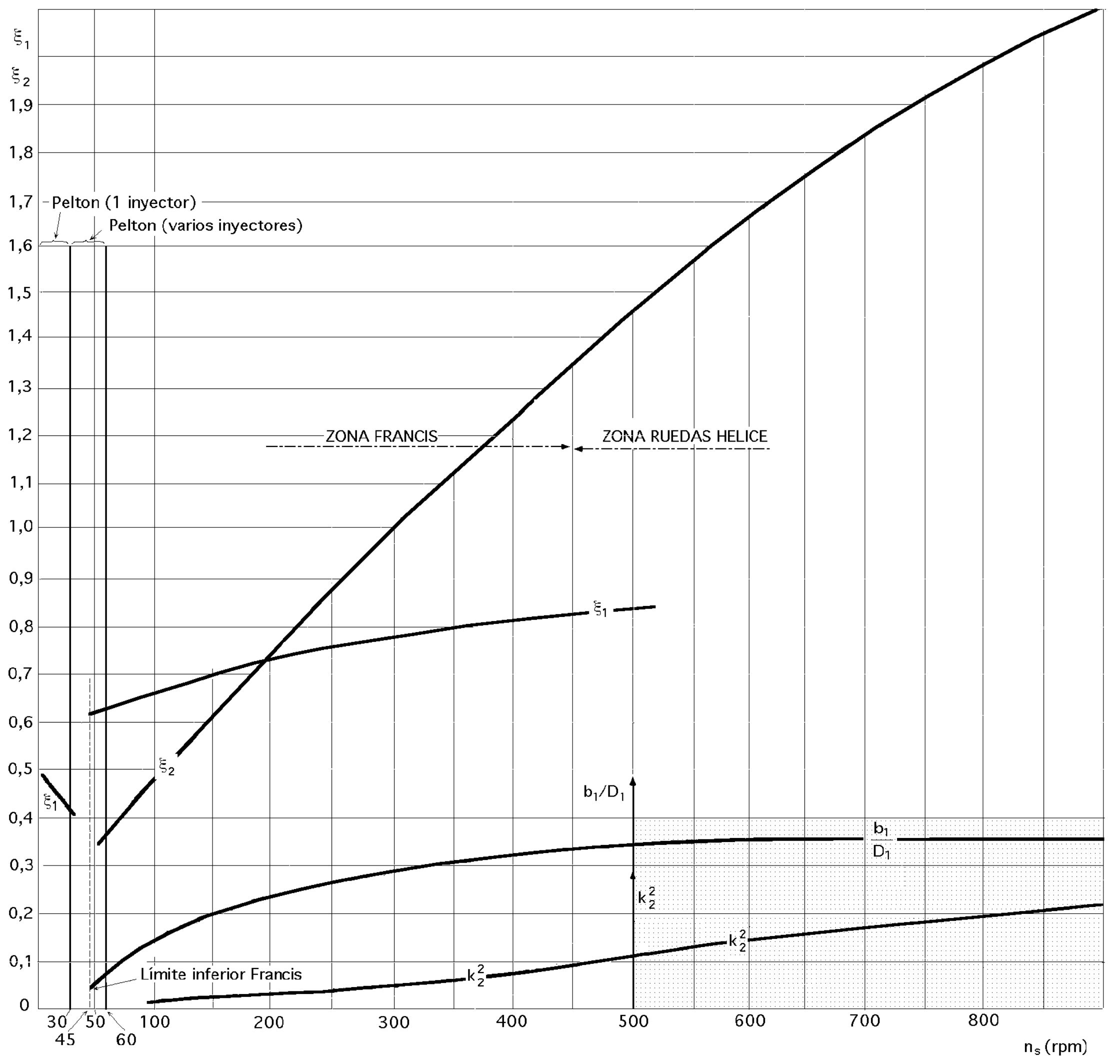


Fig VII.8.- Orden de magnitud de las dimensiones de las ruedas Francis y hélice, que relacionan ξ_1 y ξ_2 con n_s

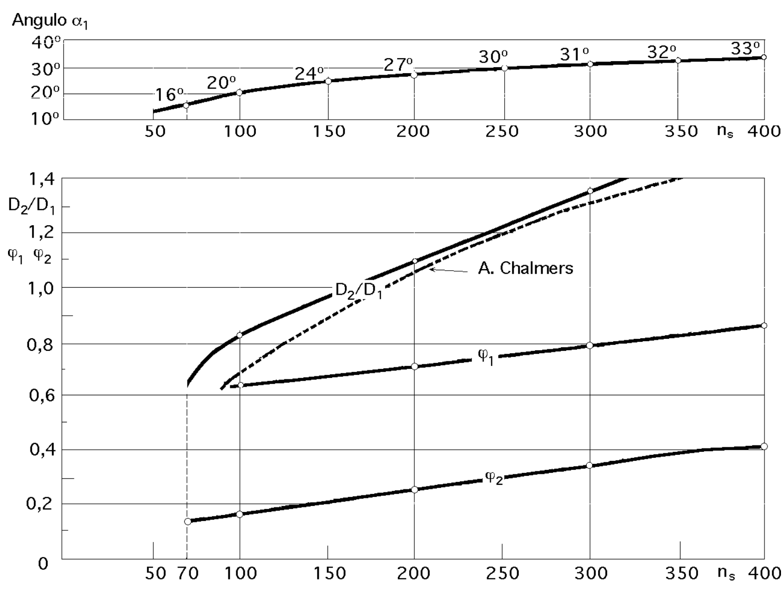


Fig VII.9.- Dimensiones del distribuidor b_1 y D_1, ángulo de ataque α_1 y coeficientes óptimos de velocidad ϕ_1 y ϕ_2 para turbinas Francis en función de n_s

VII.3.- ALGUNAS RELACIONES ENTRE PARÁMETROS DE DISEÑO

Relación entre D_2, n y Q; fórmula de Ahlfors.- El diámetro D_2 a la salida en condiciones de rendimiento máximo, que hace mínima la suma de las pérdidas de carga en el rodete y las pérdidas de energía en el difusor, de la forma.

$$\text{Pérdidas de carga: } \begin{cases} \text{a) En el rodete: } h_r = m^2 \dfrac{w_1^2}{2g} = m^2 \lambda_1^2 H_n \\ \text{b) En el difusor: } h_s = s^2 \dfrac{c_2^2}{2g} = s^2 \phi_2^2 H_n \end{cases}$$

en las que ***s*** y ***m*** son coeficientes numéricos medios (s = 0,7; m = 0,25), es:

$$D_2 = 4{,}375 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}}$$

que sirve como relación de partida en el diseño de turbinas Francis.

Relación entre u_2 y n_s , Fig VII.10:

$$u_2 = \xi_2 \sqrt{2 g H_n} = \frac{D_2}{2} \frac{\pi n}{30} \qquad \xi_2 = 0{,}0118 \frac{n D_2}{\sqrt{H_n}} = \left| D_2 = 4{,}375 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} \right| = 0{,}0517 \frac{\sqrt[3]{Q n^2}}{\sqrt{H_n}} =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} n_s = \dfrac{n \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| N = 13{,}33 \, Q H_n \eta \right| = \dfrac{3{,}65 \, n \sqrt{Q \eta}}{H_n^{3/4}} & \\ n = 0{,}2738 \dfrac{n_s H_n^{3/4}}{\sqrt{Q \eta}} & Q n^2 = \dfrac{0{,}075 \, n_s^2 H_n^{3/2}}{\eta} \end{array} \right| = 0{,}0218 \sqrt[3]{\frac{n_s^2}{\eta}} = \frac{u_2}{\sqrt{2 g H_n}}$$

$$u_2 = 0{,}0965 \sqrt{H_n} \sqrt[3]{\frac{n_s^2}{\eta}}$$

Para, $\eta = 0{,}85$ resulta: $\xi_2 = 0{,}023 \, n_s^{2/3} = \dfrac{u_2}{\sqrt{2 g H_n}}$

válida para $200 < n_s < 600$ que se aproxima a la que, experimentalmente, obtuvieron Voetsch y Allis Chalmers.

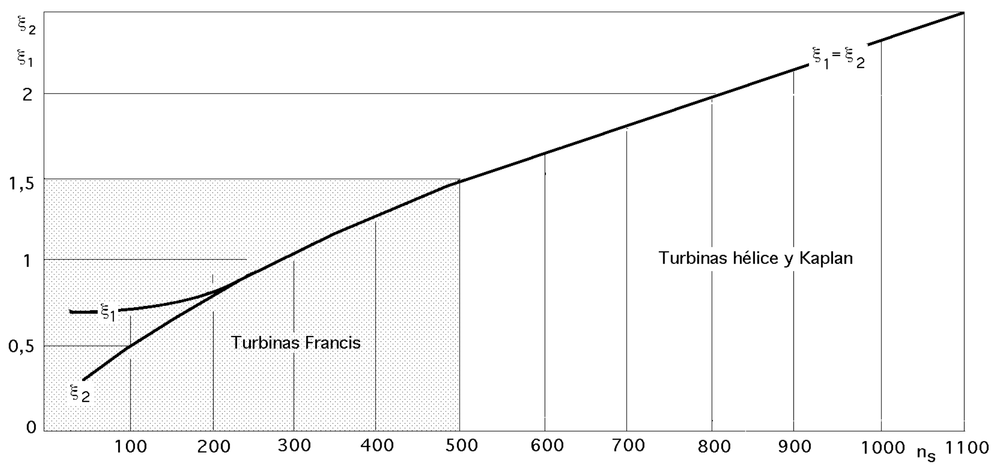


Fig VII.10.- Relación entre ξ_1, ξ_2 y n_s

Relación entre n_s, ξ_2 y φ_2

La sección de salida de la turbina es: $\Omega_2 = \dfrac{\pi D_2^2}{4}$

Si el eje que acciona la turbina tiene un diámetro ***d*** y atraviesa el difusor, el área efectiva de salida es $(\theta\ \Omega)$ en la forma:

$$\Omega_2 = \frac{\pi (D_2^2 - d^2)}{4} = \left| \theta = \frac{D_2^2 - d^2}{D_2^2} < 1 \right| = \frac{\pi \theta D_2^2}{4} = \theta\ \Omega$$

El caudal que sale por el difusor se puede obtener a partir del caudal Q inicial que entra en la turbina, siendo su valor:

$$\eta_{vol}\ Q = \theta \frac{\pi D_2^2}{4} c_2 = \theta \frac{\pi D_2^2}{4} \phi_2 \sqrt{2 g H_n} \qquad\qquad Q = 3{,}477 \frac{\theta D_2^2 \phi_2 \sqrt{H_n}}{\eta_{vol}}$$

El valor de la potencia es:

$$N = 13{,}33\ Q H_n \eta = 46{,}57 \frac{\theta D_2^2 \phi_2 \sqrt{H_n^3}}{\eta_{vol}} \eta$$

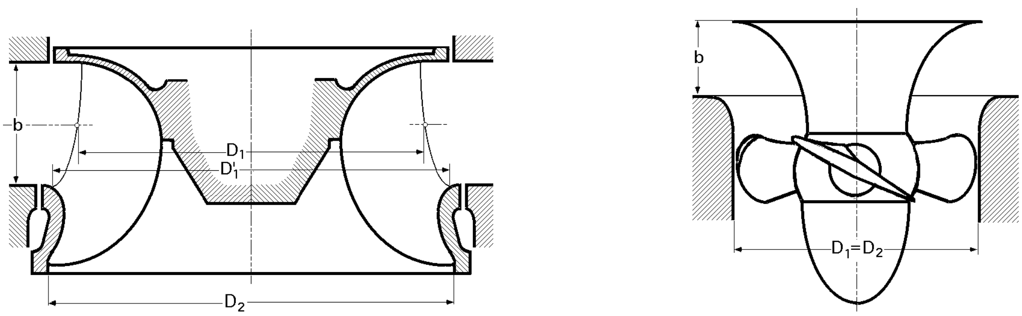


Fig VII.11.- Dimensiones de rodetes Francis y Kaplan

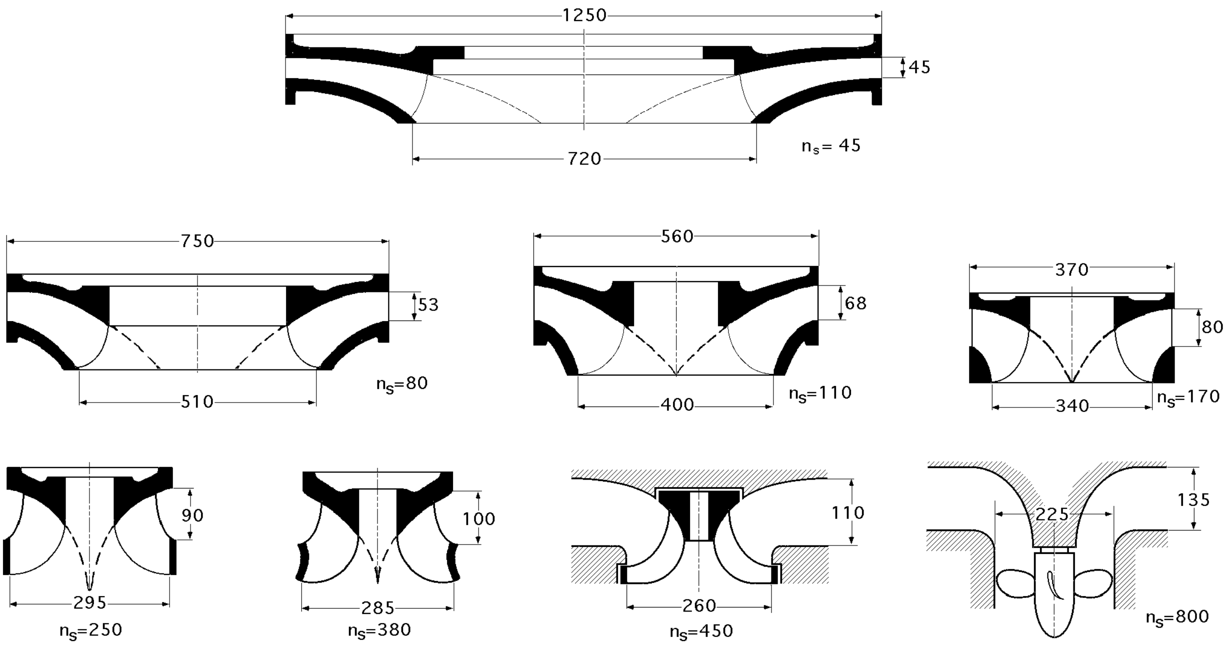


Fig VII.12.- Relación entre n_s y la forma del rodete

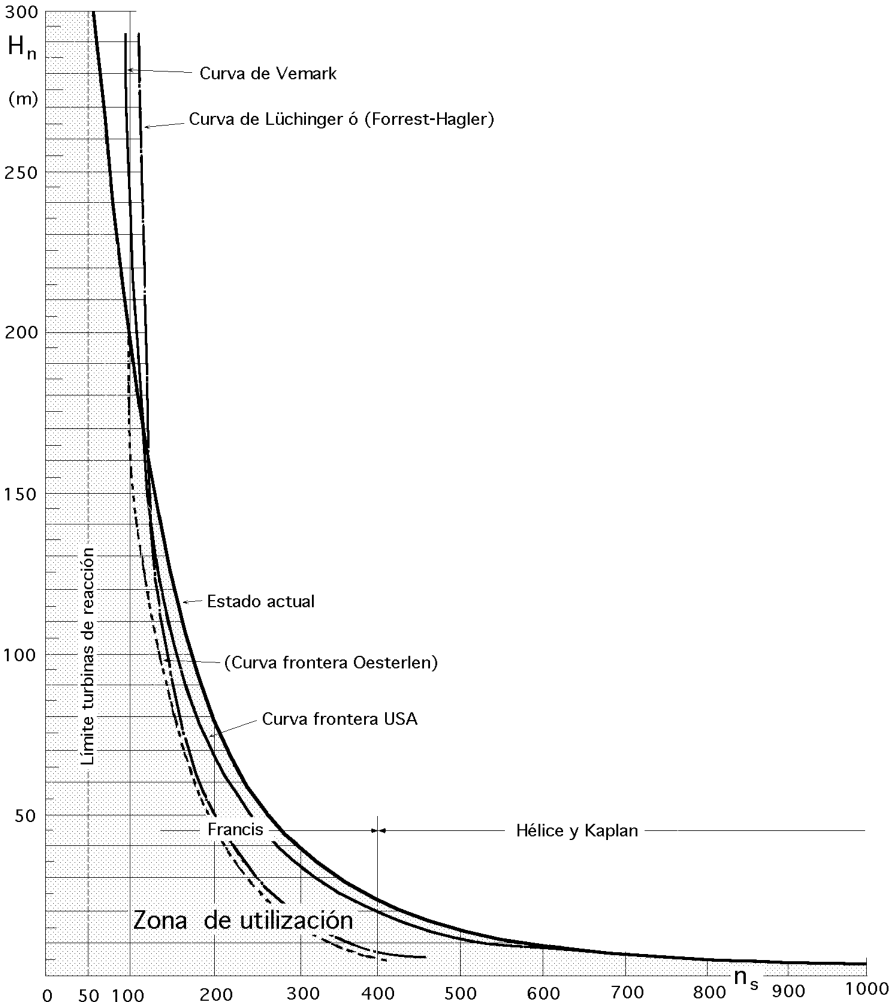


Fig VII.13.- Zona de utilización de las turbinas Francis y hélice

El valor de $\boldsymbol{n_s}$ se puede poner en la forma:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| n = 84{,}55\ \frac{\xi_1}{D_1}\sqrt{H_n} = \begin{pmatrix} \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{\xi_2}{\xi_1} = \dfrac{D_2}{D_1} \\ \dfrac{\xi_1}{D_1} = \dfrac{\xi_2}{D_2} \end{pmatrix} = 84{,}55\ \frac{\xi_2}{D_2}\sqrt{H_n} \right| =$$

$$= \frac{84{,}55\ \dfrac{\xi_2}{D_2}\sqrt{\dfrac{46{,}57\ \theta\ D_2^2\ \phi_2\ H_n^{5/2}\ \eta}{\eta_{vol}}}}{H_n^{5/4}} = 577\ \xi_2\sqrt{\frac{\theta\ \phi_2\ \eta}{\eta_{vol}}}$$

Considerando valores medios del orden de: $\theta = 0{,}85$, $\eta = 0{,}85$ y $\eta_{vol} = 0{,}95$, resulta:

$$n_s = 503{,}2\ \xi_2\sqrt{\phi_2} = \left|\ \xi_2 = 0{,}023\ n_s^{2/3}\ \right| = 11{,}57\ n_s^{2/3}\sqrt{\phi_2} \qquad \phi_2 = 0{,}007465\ n_s^{2/3}$$

$$\phi_2^2 = \frac{c_2^2}{2\ g\ H_n} = 5{,}57.10^{-5}\ n_s^{4/3} = f_2(n_s)$$

y si: $\theta = 1$; $\eta = 0{,}85$; $\eta_{vol} = 0{,}95$ $\qquad n_s = 545{,}8\ \xi_2\sqrt{\phi_2}$

que dicen que a medida que $\boldsymbol{n_s}$ crece ϕ_2 también crece, por lo que las pérdidas de carga a la salida crecen también, aunque provisionalmente, por cuanto el tubo de aspiración va a permitir recuperar parte de esas pérdidas, que de no existir, se perderían totalmente. Este resultado es de aplicación al cálculo de la altura H_s del aspirador-difusor, como veremos más adelante.

Relación entre n_s y H_n.- La representación gráfica de la Fig VII.13 es muy simple; la zona que está por debajo de la línea continua, proporciona valores aplicables de modo satisfactorio, mientras que hay que evitar la zona que está por encima. La curva propuesta por Oesterlen considera unos límites a no sobrepasar.

VII.4.- CÁMARA ESPIRAL

La cámara espiral tiene como misión el dirigir convenientemente el agua en el distribuidor; para calcular sus dimensiones, la supondremos de sección circular, aunque también puede ser rectangular; su forma es tal que la velocidad media tiene que ser la misma en cualquier punto del caracol, evitándose así las pérdidas ocasionadas por los cambios bruscos de velocidad. A su vez, el agua no debe penetrar en la cámara espiral con una velocidad demasiado grande, ya que las pérdidas podrían ser excesivas.

Para, $\begin{cases} \text{Cámaras espirales metálicas, } c_e = 0{,}18 + 0{,}28\ \sqrt{2\ g\ H_n} \\ \text{Cámaras de hormigón, } c_e \le 0{,}13\ \sqrt{2\ g\ H_n} \end{cases}$

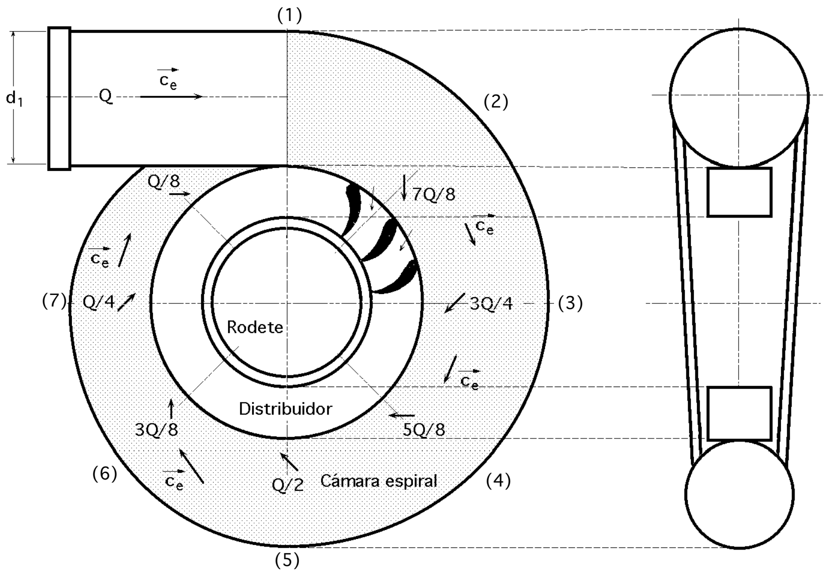


Fig VII.14.- Cámara espiral de una turbina Francis

Si la cámara se divide, por ejemplo, en 8 secciones, Fig VII.14, cada una a 45° y el caudal entrante es Q, la sección de entrada Ω_1 es:

$$Q = \Omega_1\, c_e = \frac{\pi d_1^2}{4}\, c_e \qquad d_1 = 1{,}128\ \sqrt{\frac{Q}{c_e}}$$

Las secciones Ω_2, Ω_2,... son atravesadas únicamente por 7Q/8, 6Q/8, ..., respectivamente; como la velocidad c_e del agua en cualquier sección tiene que ser constante, resulta:

$$\frac{7\,Q}{8} = \Omega_2\, c_e = \frac{\pi\, d_2^2}{4}\, c_e \qquad d_2 = 1{,}055\ \sqrt{\frac{Q}{c_e}} = \sqrt{\frac{7}{8}}\ d_1$$

$$\frac{6\,Q}{8} = \Omega_3\, c_e = \frac{\pi\, d_3^2}{4}\, c_e \qquad d_3 = 0{,}977\,\sqrt{\frac{Q}{c_e}} = \sqrt{\frac{6}{8}}\, d_1$$

y así sucesivamente:

$$d_4 = \sqrt{\frac{5}{8}}\, d_1 \;\;;\;\; d_5 = \sqrt{\frac{4}{8}}\, d_1 \;\;;\;\; d_6 = \sqrt{\frac{3}{8}}\, d_1 \;\;;\;\; d_7 = \sqrt{\frac{2}{8}}\, d_1 \;\;;\;\; d_8 = \sqrt{\frac{1}{8}}\, d_1$$

diámetros que, normalmente, se suelen aumentar en la práctica para tener en cuenta el rozamiento y la obstrucción de las directrices, cuya misión es la de servir de guía al agua antes de penetrar en el distribuidor, y cuyo número es del orden de 6 a 8 como máximo.

VII.5.- EL DISTRIBUIDOR

El distribuidor tiene como misión dirigir convenientemente el agua hacia los álabes del rodete, regulando el caudal admitido, y modificando de esta forma la potencia de la turbina, ajustándose en lo posible a las variaciones de carga de la red, Fig VII.15.

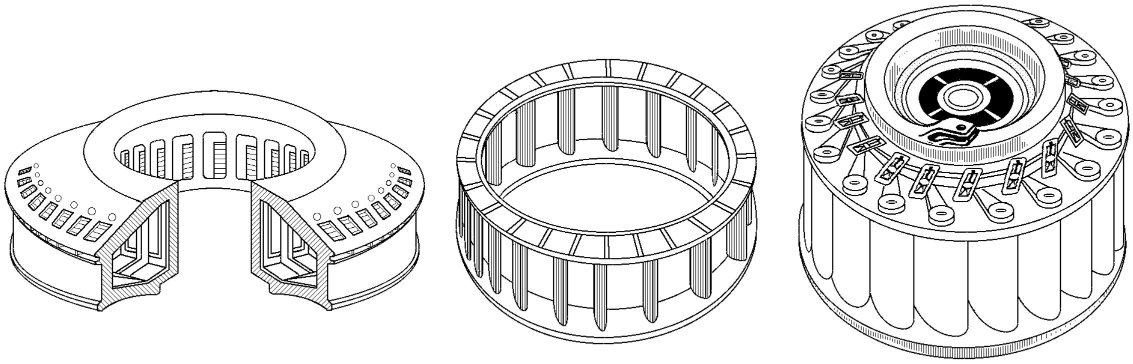


Fig VII.15.- Directrices del distribuidor

La ***regulación*** se realiza, teóricamente, sin variación de la velocidad absoluta de entrada del agua en el rodete c_1, ya que lo único que se modifica es el ángulo α_1 dentro del plano perpendicular al eje de rotación de la turbina, lo que implica que c_1 no tenga componente axial.

La componente tangencial c_{1n} no da lugar a gasto alguno, ya que éste viene determinado por el módulo de la componente radial en el distribuidor c_{1r}, de la forma:

$$Q = 2\,\pi\, r_1\, b_1\, c_{1r} = 2\,\pi\, r_1\, b_1\, c_{1m}$$

El índice de c_1 describe, por ser constante, un arco de circunferencia, aunque en la práctica ésto no es riguroso, ya que al contraerse la vena líquida al disminuir la abertura del distribuidor, se produce un aumento de c_1, Fig VII.16. Al modificarse la dirección de c_1 por la acción de las directrices del distribuidor, la velocidad relativa en el rodete w_1 cambia de magnitud y dirección y el agua a la entrada en el rodete, cuando éste trabaje fuera de las condiciones de diseño, dejará de ser tangente a los álabes. En estas condiciones, el triángulo de velocidades a la entrada del rodete proporciona una velocidad relativa $w_{1'}$ que se descompone en otras dos, una $w_{1'm}$ según la dirección tangencial al álabe en M, y otra $w_{1'n}$ perpendicular a la anterior es la componente de choque que origina unas pérdidas a la entrada, Fig VII.17.

Aparte de estas pérdidas, en el distribuidor aparecen otras relativas a torbellinos y rozamientos, que junto con las de choque, originan una pérdida de rendimiento.

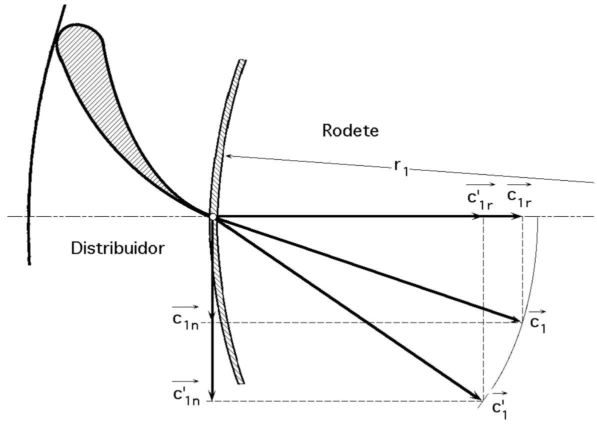


Fig VII.16.- Componentes de c_1 cuando se modifican las directrices del distribuidor

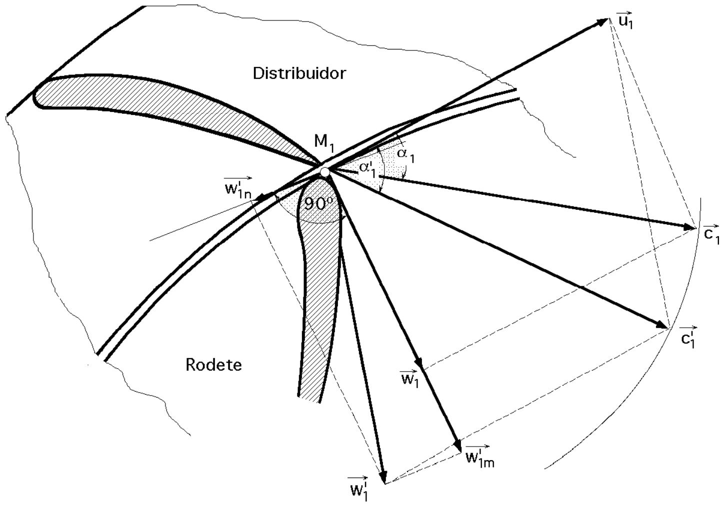


Fig VII.17.- Componentes de w_1 y triángulo de velocidades a la entrada al modificar las directrices del distribuidor

Con la variación de α_1 se modifica la componente radial c_{1m} y con ella el valor del caudal. Como la turbina tiene que funcionar a velocidad constante para mantener la frecuencia de la corriente eléctrica generada en el alternador, ***implica que u_1 sea constante*** para cualquier caudal, lo que se consigue con el regulador de velocidad que actúa sobre las directrices móviles del distribuidor.

Un ***distribuidor tipo de turbina Francis*** se representa en la Fig VII.18, en el que:

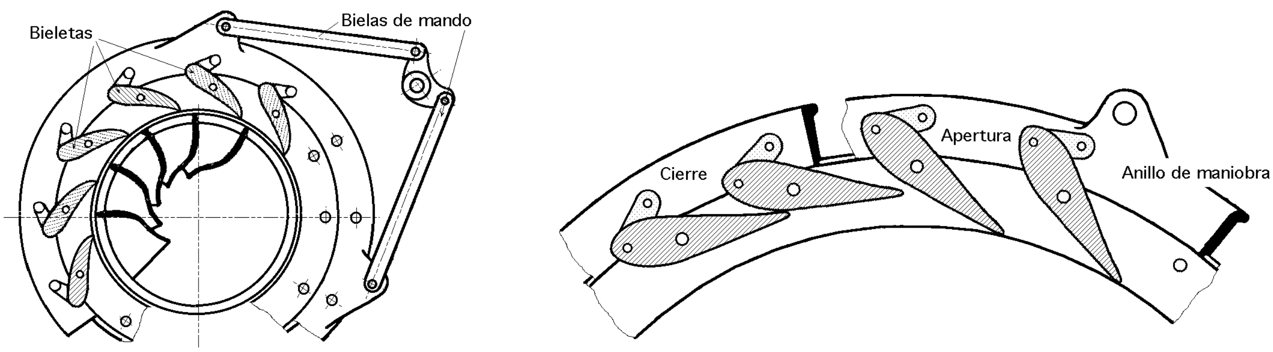


Fig VII.18.- Distribuidor Fick

Las ***antedirectrices*** son fijas (predistribuidor)

Las ***directrices*** orientables del distribuidor, se accionan mediante un anillo de maniobra que se puede mover mediante un servomotor dependiente del regulador de la turbina.

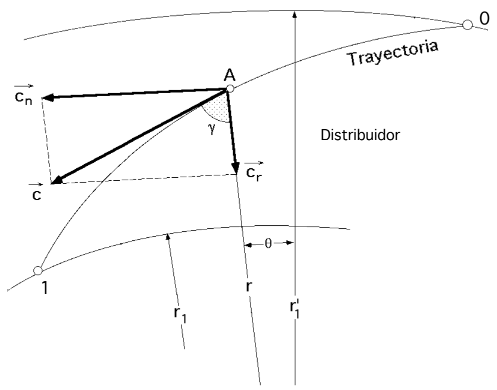


Fig VII.19
Trayectoria ideal de la vena fluida en el distribuidor

Perfil de los álabes de las directrices.- Las ***directrices son superficies desarrollables cilíndricas de generatrices paralelas al eje de rotación de la turbina***; su perfil se determina de modo que ***no haya transformación de energía hidráulica en mecánica al paso del agua por el distribuidor***, procurando evitar al máximo las pérdidas por rozamiento y torbellinos. Para calcular este perfil se determina ***la trayectoria ideal de la vena fluida***; para ello, como el paso del agua por el distribuidor no genera ningún tipo de energía, si consideramos un punto A cualquiera de la trayectoria (0A1) del agua en el distribuidor, Fig VII.19, la condición:

$$dN = \gamma Q\, \eta_{hid}\, dH_n = \left|\, H_{ef} = \eta_{hid}\, H_n = \frac{u_1\, c_{1n} - u_2\, c_{2n}}{g} \,\right| = \gamma Q\, \frac{d(u\, c_n)}{g} = 0 \qquad u\, c_n = \text{Cte}$$

$$u\, c_n = r\, w\, c_n = |\, w = \text{Cte}\,| = \text{Cte} \qquad r\, c_n = k$$

por lo que la circulación por el distribuidor es irrotacional.

De las dos componentes c_n y c_r la tangencial c_n no proporciona caudal alguno, por lo que el caudal que atraviesa el distribuidor es:

$$Q = 2\pi r\, b_1 c_r = \text{Cte} \quad ; \quad r\, c_r = \frac{Q}{2\pi b_1} = \text{Cte}$$

La trayectoria de los filetes líquidos debe satisfacer las condiciones:

$$\left.\begin{aligned} & r\, c_n = k \\ & r\, c_r = \frac{Q}{2\pi b_1} = k' \end{aligned}\right\} \qquad \frac{c_n}{c_r} = \frac{2\pi b_1 k}{Q} = \text{Cte} = \text{tg}\,\gamma$$

por lo que en cada punto de la trayectoria, la velocidad forma un ángulo constante con el radio.

En coordenadas polares es de la forma:

$$\text{tg}\,\gamma = \frac{r\, d\theta}{dr} \quad ; \quad \frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{\text{tg}\,\gamma} \quad ; \quad r = C'\, e^{\frac{\theta}{\text{tg}\,\gamma}} = |\text{ Para: } r = r_1 \; ; \; \theta = 0\,| = r_1\, e^{\frac{\theta}{\text{tg}\,\gamma}}$$

que es una espiral de Arquímedes, a la que se debe ajustar la forma del perfil de las directrices móviles del distribuidor.

El valor de c_1 se obtiene en la forma:

$$c = \sqrt{c_r^2 + c_n^2} = \sqrt{c_r^2 + c_r^2\, \text{tg}^2\gamma} = c_r \sqrt{1 + \text{tg}^2\gamma} = \frac{Q}{2\pi r\, b_1 \cos\gamma} = \frac{Q}{2\pi r\, b_1 \text{sen}\,\alpha}$$

$$\text{Para: } \left\{\begin{aligned} & r = r_1 \; ; \; c = c_1 \; ; \; \alpha = \alpha_1 \\ & Q = 2\pi r_1 b_1 c_1 = |\, 2\pi r_1 = Z\, a_1 | = Z\, a_1 b_1 c_1 \end{aligned}\right\} \qquad c_1 = \frac{Q}{Z\, a_1 b_1} = \frac{Q}{2\pi r_1 b_1 \text{sen}\,\alpha_1}$$

siendo Z el número de álabes del distribuidor y a_1 la dimensión indicada en la Fig VII.20, (el paso correspondiente a r_1), por lo que el valor de α_1 es:

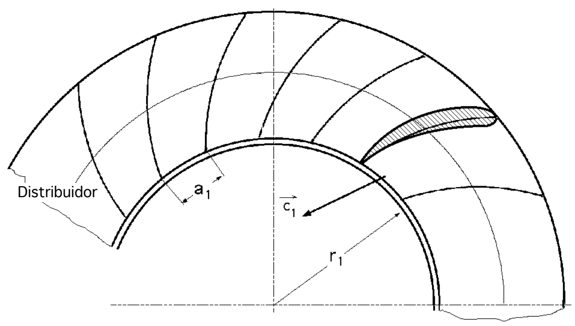


Fig VII.20.- Perfiles de las directrices móviles del distribuidor

$$\frac{Q}{Z\,a_1 b_1} = \frac{Q}{2\,\pi\,r_1 b_1 \text{sen}\,\alpha_1} \qquad \text{sen}\,\alpha_1 = \frac{Z\,a_1}{2\,\pi\,r_1}$$

En realidad, la forma de las directrices se calcula considerando la espiral de Arquímedes como curva media del álabe, mientras que como perfil del mismo, se toma uno que corresponda a un mínimo de resistencia hidrodinámica, Fig VII.20.

VII.6.- EL TUBO DE ASPIRACIÓN

El tubo de aspiración es un auténtico transformador de energía, ya que al originar a la salida de la rueda una depresión, recupera no sólo la mayor parte de la energía cinética que lleva el agua a la salida $(c_2^2/2g)$, sino que también amplía la altura geométrica del salto en una distancia igual a la existente entre la rueda y el nivel del canal de desagüe aguas abajo H_s; este órgano se conoce también como aspirador-difusor.

Se puede concebir también un aspirador no difusor, que recupere la altura H_s pero no la energía cinética residual $(c_2^2/2g)$, que estaría constituido simplemente por un tubo cilíndrico sumergido en el canal aguas abajo.

FORMAS DE REALIZACIÓN DE LOS DIFUSORES.- Las formas de realización de los difusores varían con el n_s de la turbina y con el tipo de instalación. Para las turbinas de eje horizontal y pequeños valores de n_s el tubo de aspiración puede ser una simple tubería acodada, de sección creciente, Fig VII.21.a, que desemboca por debajo del nivel del agua del canal. Para reducir el efecto perjudicial del codo, se puede utilizar para la parte recta final una disposición inclinada.

Para las turbinas de eje vertical, la forma del difusor puede ser, para valores pequeños de n_s la de un simple tronco de cono, Fig VII.21.b, pero tiene el inconveniente de necesitar un canal de desagüe en la perpendicular de la turbina. Para paliar este inconveniente se puede utilizar un difusor-aspirador acodado Fig VII.26.

Las turbinas en las que c_2 es relativamente grande, van provistas de un aspirador-difusor de altura de aspiración pequeña a fin de evitar la cavitación, por cuanto a mayor c_2 menor p_2.

Como conviene que el ensanchamiento del tubo sea progresivo se adoptan tubos de aspiración acodados, en los que la recuperación de la velocidad se realiza, casi en su totalidad, en el tramo horizontal del codo. Cuando se utilizan en saltos muy pequeños de 1 a 2 metros, el rodete debe quedar por lo menos, a 1 metro por encima del nivel del canal.

Como caso extremo sería posible utilizar un difusor que no crease ningún vacío estático, H_s= 0, o sin depresión en ningún punto, por lo que el rodete tendría que estar sumergido por debajo del nivel del canal de escape.

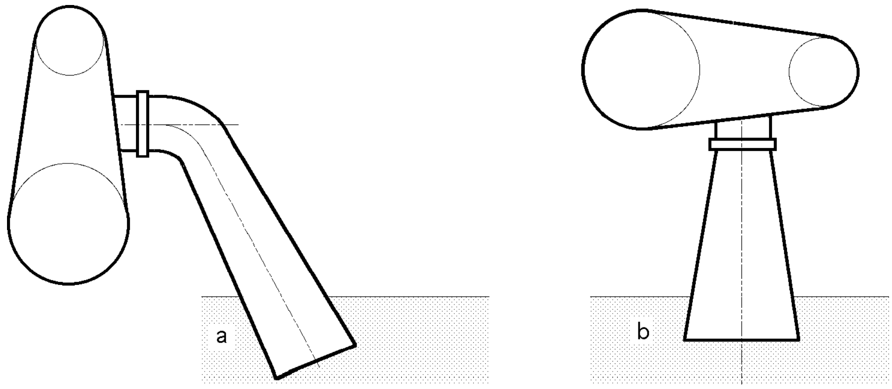


Fig VII.21.- Formas simples del difusor

El aspirador-difusor acodado tiene la ventaja, sobre el aspirador recto, de reducir la profundidad de las fundaciones y por consiguiente, los trabajos de construcción, a veces muy costosos. Por el contrario tiene el inconveniente respecto a los demás, de que aumenta las dimensiones transversales y, por lo tanto, las de la sala de máquinas.

TUBO DE ASPIRACIÓN VERTICAL

Ganancia de salto neto en el aspirador difusor.- Para calcular la ganancia de salto neto en el aspirador difusor, consideraremos dos situaciones: una turbina Francis con difusor B y otra sin él A, a las que aplicaremos el criterio europeo, Fig VII.22.

Turbina A: $H_n = \left(\dfrac{c_1^2}{2g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\dfrac{c_2^2}{2g} + \dfrac{p_{atm}}{\gamma} + z_2\right)$

Turbina B: $H'_n = \left(\dfrac{c_1^2}{2g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\dfrac{c_2^2}{2g} + \dfrac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = \left(\dfrac{c_1^2}{2g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\dfrac{c_a^2}{2g} + \dfrac{p_{atm}}{\gamma} + z_a\right)$

$$H'_n - H_n = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + z_2 - z_a = \left| \begin{array}{c} z_2 - z_a = H_s \\ \dfrac{c_a^2}{2g} \rightarrow 0 \end{array} \right| \frac{c_2^2}{2g} + H_s$$

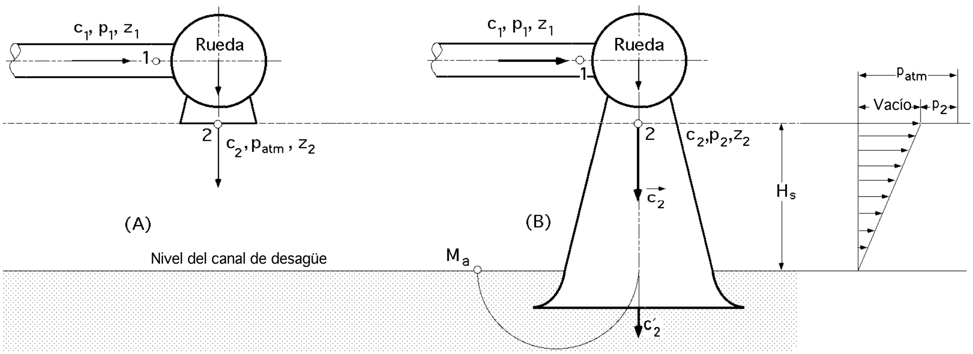


Fig VII.22.- Turbina sin y con tubo de aspiración

Ganancia de salto efectivo en el aspirador difusor.- Si se tienen en cuenta las pérdidas de carga en el difusor y a la salida, la energía recuperada en el aspirador-difusor, Fig VII.22, es:

Turbina (A): $H_{efec} = (\dfrac{c_1^2}{2\,g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1) - (\dfrac{c_2^2}{2\,g} + \dfrac{p_{atm}}{\gamma} + z_2 + h_r)$

Turbina (B): $H'_{efec} = (\dfrac{c_1^2}{2\,g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1) - (\dfrac{c_2^2}{2\,g} + \dfrac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_r) =$

$$= (\frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1) - (\frac{c_a^2}{2\,g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_a + h_r + h_s + h'_s)$$

$$H'_{efec} - H_{efec} = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2\,g} + (z_2 - z_a) - (h_s + h'_s) = \left| \begin{array}{l} \dfrac{c_a^2}{2\,g} \to 0 \\ h'_s = \dfrac{c_{2'}^2 - c_a^2}{2\,g} \approx \dfrac{c_{2'}^2}{2\,g} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} + H_s - h_s$$

en la que: $\begin{cases} \dfrac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}, \text{ es la altura dinámica teórica de aspiración} \\ \dfrac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} - h_s, \text{ es la altura dinámica real de aspiración} \end{cases}$

RENDIMIENTO DEL ASPIRADOR-DIFUSOR.- Si se define el rendimiento del difusor η_d en la forma:

$$\eta_d = \frac{\dfrac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} - h_s}{\dfrac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}} \qquad h_s = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}(1 - \eta_d) \;\; ; \quad \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g} - h_s = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}\,\eta_d$$

la energía realmente recuperada se convierte en:

$$H'_{efec} - H_{efec} = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}\,\eta_d + H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma}$$

El rendimiento del difusor depende mucho de su forma; si está racionalmente construido puede llegar a ser de un 80% ÷ 90%; si es troncocónico y no se despega el agua de las paredes, se puede obtener un rendimiento comprendido entre el 50% ÷ 60% y si el difusor es acodado en ángulo recto, con sección circular en la turbina de eje horizontal, vale entre el 41% ÷ 50%.

La ***altura del tubo de aspiración*** H_s se obtiene de la anterior, en la forma:

$$H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2\,g}\,\eta_d = \left| \frac{c_{2'}^2}{2\,g} \to 0 \right| = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d$$

que depende de la altura representativa de la presión atmosférica (p_{atm}/γ) donde está emplazado el rodete, de la velocidad c_2 de salida del agua del mismo, del rendimiento del tubo de aspiración y de la altura representativa de la presión a la entrada del tubo (p_2/γ), que se puede considerar suma de la altura piezométrica y de la tensión de vapor, variable con la temperatura y despreciable hasta los 20ºC.

Para conseguir un buen funcionamiento y evitar problemas de cavitación en las Francis lentas y normales, es conveniente que la altura de presión (p_2/γ) a la salida del rodete y entrada en el difusor, esté por encima de los 2 m.c.a., $(p_2/\gamma) > 2$ m.

Teniendo en cuenta que en un aspirador difusor bien construido, el valor de $(c_2^2/2g)$ es muy pequeño, se puede admitir para H_s un valor que no se debe sobrepasar en ningún momento, de la forma:

$$H_s \le \frac{p_{atm}}{\gamma} - 2 - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d$$

CURVAS DE ROGERS Y MOODY.- Aunque se ha considerado que la presión de seguridad p_2 debe ser mayor o igual que 2 m, en realidad, la presión límite $\boldsymbol{p_2}$ por debajo de la cual no se debe descender depende de los valores de $\boldsymbol{n_s}$ y H_s; Rogers y Moody proponen unas curvas que relacionan:

a) Los valores $\boldsymbol{p_2}$, $\boldsymbol{n_s}$ y H_n en la forma, Fig VII.23:

$$\frac{p_2}{\gamma} = f_1(n_s)\,H_n \qquad \frac{p_2}{\gamma\,H_n} = f_1(n_s)$$

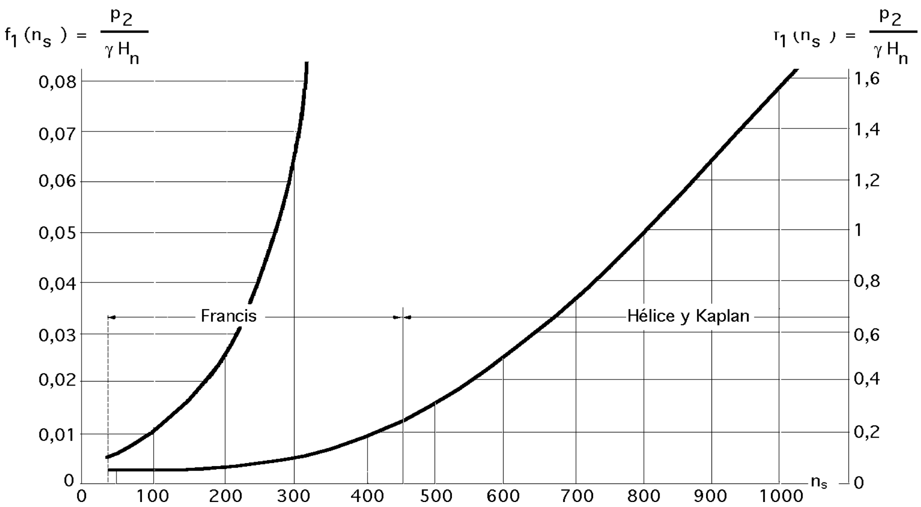


Fig VII.23.- Curvas de Rogers y Moody, para la determinación de $f_1(n_s)$

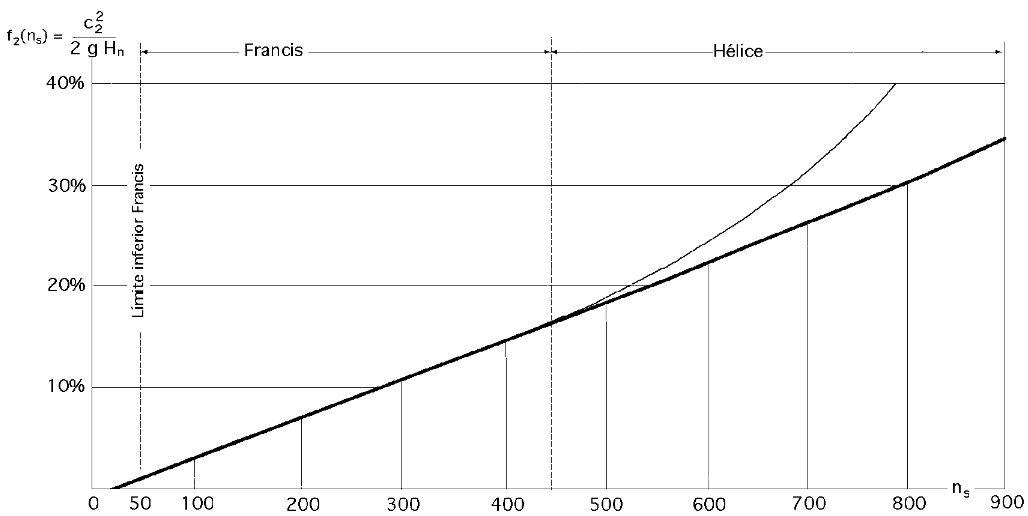


Fig VII.24.- Orden de magnitud de las pérdidas provisionales a la salida para calcular $f_2(n_s)$

b) Los valores c_2, n_s y H_n en la forma, Fig VII 24:

$$\frac{c_2^2}{2\,g} = f_2(n_s)\,H_n = 5{,}57.10^{-5}\,n_s^{4/3}\,H_n \qquad \frac{c_2^2}{2\,g\,H_n} = f_2(n_s) = \phi_2^2$$

de modo que si en una turbina se conocen n_s y H_n la altura máxima del tubo de aspiración H_s se calcula a partir de las expresiones anteriores para la velocidad específica n_s dada y de ahí los valores de p_2 y c_2.

Si se sustituyen estos valores en la expresión de H_s anteriormente deducida, se obtiene el valor de la altura máxima del tubo de aspiración en función de n_s y H_n:

$$H_s = \frac{p_{atm}}{\gamma} - f_1(n_s)\,H_n - f_2(n_s)\,H_n\,\eta_d = \left| \begin{array}{l} f_1(n_s) = a_1 \\ f_2(n_s) = \phi_2^2 \end{array} \right| = \frac{p_{atm}}{\gamma} - H_n\,(a_1 + \phi_2^2\,\eta_d)$$

que es la ecuación de una recta, que dice que la altura máxima H_s del aspirador difusor varía linealmente con H_n como se muestra en la Fig VII.25.

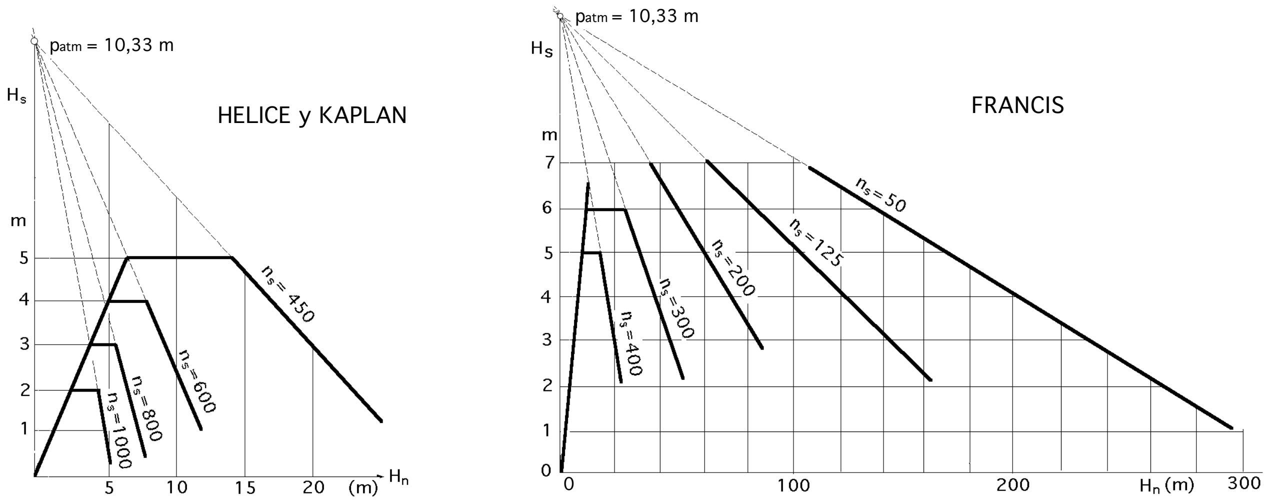


Fig VII.25.- Variación de H_s con H_n en turbinas Francis ($50<n_s<500$) y en turbinas hélice ($450<n_s<1000$)

***En las turbinas Francis lentas**, el papel principal del tubo de aspiración es crear la depresión estática (vacío) correspondiente a la altura de aspiración H_s, por lo que, fundamentalmente, actúa como aspirador.*

***En las turbinas Francis rápidas y en las turbinas hélice y Kaplan**, ésta misión del aspirador disminuye, siendo su principal papel el de actuar como difusor.*

DIFUSOR ACODADO.- Para el ***difusor acodado*** se puede establecer una teoría análoga a la del difusor recto, Fig VII.26.

La ***energía recuperada,*** igual al vacío en 2, vale:

$$H'_{efec} - H_{efec} = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma}$$

Aplicando Bernoulli entre los puntos 2 y M_a del difusor acodado, se tiene:

$$\frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{c_a^2}{2\,g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_a + h_s + h'_s$$

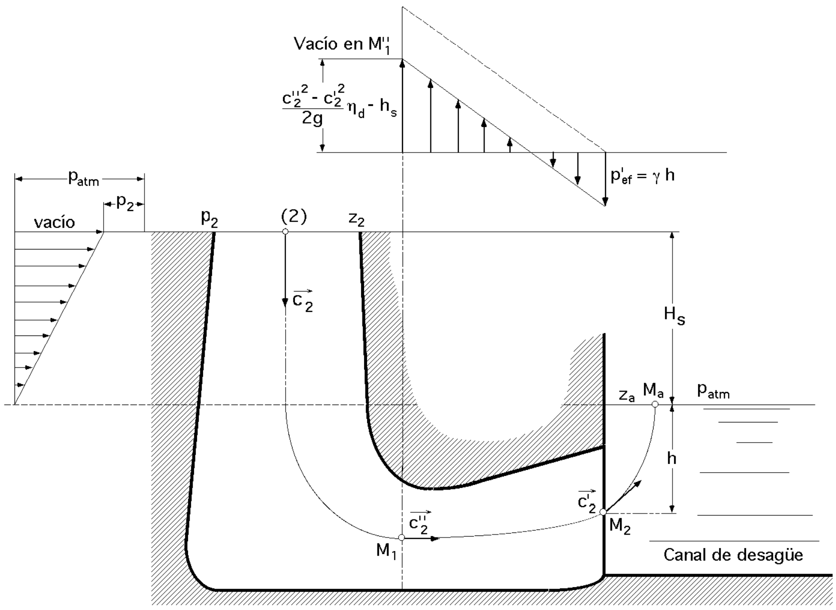


Fig VII.26.- Difusor acodado

$$\frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + z_2 - z_a - h_s - h'_s = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + H_s - h_s - h'_s$$

Despreciando $\frac{c_a^2}{2g}$ y teniendo en cuenta que las pérdidas por choque a la salida del difusor son:

$$h'_s \quad \frac{(c_{2'} - c_a)^2}{2g} \quad \frac{c^2_{a'}}{2g}$$

la energía recuperada es:

$$H'_{efec} - H_{efec} = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2g} - h_s + H_s = \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2g}\eta_d + H_s$$

y la altura H_s del tubo de aspiración:

$$H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2 - c_{2'}^2}{2g}\eta_d = \left| c_{2'}^2 << \right| = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2g}\eta_d$$

que es la altura del tubo de aspiración, idéntica a la del aspirador-difusor no acodado.

VII.7.- COEFICIENTE DE CAVITACIÓN

Hasta ahora no se ha tenido en cuenta la ***cavitación***, pero en las turbinas Francis puede aparecer localizada sobre las palas a la salida, fenómeno que se puede representar por la expresión $(k\, w_1^2/2g)$ y que hay que añadir a la ecuación anterior, por lo que H_s se puede poner en la forma:

$$H_s \le \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2g}\eta_d - k\frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \sigma H_n \qquad \sigma \le \frac{\frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - H_s}{H_n}$$

en la que el coeficiente de Thoma compendia las pérdidas por rozamiento hidráulico y la cavitación, observándose que cuanto mayor sea el salto H_n menor será la altura de aspiración H_s; en la práctica, para que la columna de agua en el aspirador-difusor no se despegue de las paredes, el valor de H_s tiene que ser:

$$H_s = \begin{cases} \text{Turbinas Francis: } H_s < 6 \text{ m} \\ \text{Turbinas hélice y Kaplan: } H_s < 4 \text{ m} \end{cases}$$

Tabla VII.1.- Coeficientes de cavitación para diferentes velocidades específicas

n_s	50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
σ	0,04	0,05	0,08	0,13	0,22	0,31	0,45	0,6	0,7	0,9	1,5	2,1
Tipo turbina	Francis lenta	Francis lenta	Francis normal	Francis normal	Francis rápida	Francis rápida	Francis extra	Francis extra	Hélice y Kaplan			

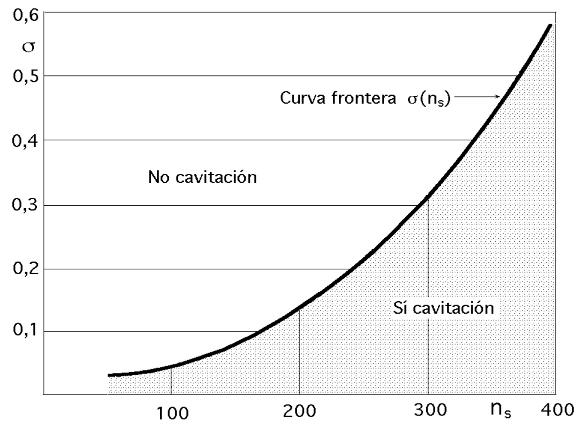


Fig VII.27.- Curva frontera de cavitación $\sigma = f(n_s)$ (Thoma)

El coeficiente σ de Thoma, cuyos valores numéricos se indican en la Tabla VII.1, y su representación gráfica en la Fig VII.27, define el límite de la cavitación; resolviendo la ecuación:

$$\sigma = \frac{\dfrac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - H_s}{H_n}$$

se obtiene, para una turbina de nº específico de revoluciones $\boldsymbol{n_s}$, un valor de que puede caer por encima o por debajo del coeficiente de Thoma definido en la Fig VII.27, indicando si la turbina está o no está en cavitación; el coeficiente de Thoma se determina experimentalmente, y depende del coeficiente ***k*** que es función de la longitud de los álabes; si éstos son largos $k \to 0$, la presión $\boldsymbol{p_2}$ aumenta (la depresión disminuye), el coeficiente de cavitación disminuye y el peligro de cavitación también.

El caso más desfavorable se presenta para: $p_2 = 0 \qquad H_s = \dfrac{p_{atm}}{\gamma} - \sigma H_n$

Otra forma de interpretar el valor de σ es:

$$\sigma = \frac{\dfrac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - H_s}{H_n} = \left| H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2 g} \eta_d - k \frac{w_1^2}{2 g} \right| = \frac{\dfrac{c_2^2}{2 g} \eta_d + k \dfrac{w_1^2}{2 g}}{H_n} =$$

$$= \left| f_3(n_s) = \frac{w_1^2}{2 g H_n} = \xi_1^2 \right| = f_2(n_s) \eta_d + k f_3(n_s) = \phi_2^2 \eta_d + k \xi_1^2$$

En la Fig VII.27 se dan los límites de σ en función de n_s por encima de los cuales se evita la cavitación. El empleo de esta curva se puede generalizar a cualquier tipo de turbinas, por cuanto ***k*** es variable y ellas se han obtenido para un valor fijo de ***k***, lo cual implica que también lo sea la longitud del álabe. El valor de σ debe ser el menor posible, pero siempre por encima del definido por la curva frontera de la Fig VII.27. Estas curvas se pueden tener presentes desde un punto de vista cualitativo, pero para los cálculos prácticos se puede utilizar la formulación propuesta tomando para p_2 los valores que proporciona el diagrama de Rogers y Moody tomando la precaución de que siempre $(p_2/\gamma) > 2$ m.c.a.

En lugares elevados, en los que la presión barométrica es pequeña, se obtienen valores más pequeños para H_s; si sale negativo, quiere decir que la turbina tiene que quedar sumergida, más baja que el nivel del canal de desagüe.

***Número específico de revoluciones n_s a no sobrepasar para evitar la cavitación*.-** Para evitar la cavitación es conveniente que en la ecuación:

$$f_2(n_s) = \frac{c_2^2}{2\,g\,H_n} = \phi_2^2 = 0{,}0000557\ n_s^{4/3}$$

el término cinético $(c_2^2/2g)$ no sobrepase de una cierta fracción del valor de H_n por cuanto al aumentar dicho término disminuye la presión p_2 a la salida de la turbina, aumentando la cavitación; en consecuencia, para cada salto H_n existirá un valor límite de $(c_2^2/2g)$ que no se debe sobrepasar.

Tabla VII.2.- Correspondencia entre las alturas al nivel del mar, la presión media y la altura equivalente en metros de c.a., pérdidas de carga en metros y temperatura

Altitud sobre el nivel del mar	Presión atmosférica		Pérdidas de carga	Pérdidas por temperatura
(metros)	mm de Hg	metros c.a.	metros	(metros)
0	760	10,33	0,00	10ºC-0,125
100	751	10,21	0,12	15ºC-0,173
200	742	10,08	0,25	20ºC-0,236
300	733	9,96	0,37	25ºC-0,32
400	724	9,83	0,50	30ºC-0,43
500	716	9,71	0,62	35ºC-0,57
600	707	9,58	0,75	40ºC-0,745
700	699	9,46	0,87	45ºC-0,97
800	690	9,34	0,99	50ºC-1,25
900	682	9,22	1,11	55ºC-1,61
1000	674	9,11	1,22	60ºC-2,04
1100	666	9,00	1,33	65ºC-2,55
1200	658	8,89	1,44	70ºC-3,16
1300	650	8,78	1,55	89ºC-4,81
1400	642	8,67	1,66	90ºC-7,15
1500	635	8,56	1,77	100ºC-10,33
1600	627	8,45	1,88	

VII.8.- PERFIL DEL ASPIRADOR-DIFUSOR

Si se considera que el agua circula por la turbina en condiciones ideales, se puede prescindir del rozamiento en las paredes, y si se considera a su vez un proceso isotérmico, en un campo de fuerzas conservativo, (el campo terrestre), la circulación de la velocidad a lo largo de un contorno cerrado es constante. También se verifica que si en un instante dado existe un potencial de velocidades, éste se conserva si se cumplen las condiciones anteriores.

El potencial* φ *de velocidades, propuesto por Präsil, para el estudio del aspirador difusor, es de la forma:

$$\phi = (- x^2 - y^2 + 2 z^2)\, m$$

en el que el eje Oz coincide con la vertical, (dirección del campo terrestre), positivo hacia arriba.

Como el potencial, ϕ = Cte, ***la ecuación de las superficies equipotenciales*** es:

$$x^2 + y^2 - 2 z^2 = \text{Cte}$$

En esta situación, si la velocidad tiene de componentes, u, v, w, se puede poner:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -2\, x\, m \quad ; \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -2\, y\, m \quad ; \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 4\, z\, m$$

y la ecuación de las superficies de igual velocidad:

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2 = 4\, m^2 \{x^2 + y^2 + 4\, z^2\} \qquad x^2 + y^2 + 4\, z^2 = \text{Cte}$$

Las líneas de corriente* ψ *en un movimiento permanente coinciden con las trayectorias, y son ortogonales a las superficies equipotenciales ϕ; su ecuación es de la forma:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \;;\; \begin{cases} \dfrac{dx}{u} = \dfrac{dz}{w} \;;\; \dfrac{dx}{-2\,x\,m} = \dfrac{dz}{4\,m\,z} \;;\; \dfrac{dx}{x} = -\dfrac{dz}{2\,z} & z\,x^2 = k_1 \\[2ex] \dfrac{dy}{v} = \dfrac{dz}{w} \;;\; \dfrac{dy}{-2\,y\,m} = \dfrac{dz}{4\,m\,z} \;;\; \dfrac{dy}{y} = -\dfrac{dz}{2\,z} & z\,y^2 = k_2 \end{cases}$$

Tabla VII.3.- Coeficientes de cavitación σ para diferentes velocidades específicas en turbinas unidad

Turbinas Francis

Tipo	n_s	Q_{11}	n_{11}	$H_{máx}$	σ
Lenta	60-125	0,10-0,35	60,8-63.6	700-420	0,041-0,060
Normal	125-175	0,35-0,59	63,6-67,5	420-241	0,060-0,085
	175-225	0,59-0,83	67,5-72,6	241-150	0,085-0,120
Rápida	225-290	0,83-1,13	72,6-81,0	150-90	0,120-0,185
	290-350	1,13-1,28	81,0-92,2	90-64	0,185-0,270

Turbinas hélice y Kaplan

Tipo	n_s			Q_{11}	n_{11}	$H_{máx}$	σ
8 palas	280	410	530	0,93-1,29	85-145	50	0,30-0,55
6 palas	380	520	650	1,29-1,60	100-155	35	0,65-0,85
5 palas	460	630	800	1,60-2,00	110-170	20	0,30-1,20
4 palas	570	710	880	2,00-2,35	120-180	15	1,20-1,60
3 palas	670	730	1070	2,35-2,45	135-200	6	1,80-3,50

Para que no exista cavitación, el perfil de la pared del difusor tiene que coincidir con las líneas de corriente; si la sección transversal del difusor es circular, para cada valor de ***z*** se tiene:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

y sustituyendo los valores de las líneas de corriente ψ se obtiene la fórmula de Präsil:

$$\frac{k_1}{z} + \frac{k_2}{z} = r^2 \quad ; \quad k_1 + k_2 = z\, r^2 \quad ; \quad k = z\, r^2$$

que es la ecuación de las superficies de flujo y, por lo tanto, la del perfil de la superficie de la pared del tubo de aspiración, (que debe ser vertical), y que mejor se ajusta a la ley de variación de la velocidad cumpliendo las mejores condiciones para lograr una corriente continua de agua. La constante ***k*** se calcula para velocidades del agua a la salida del difusor $c_{2'}$ muy pequeñas, inferiores a 1 m/seg.

En las turbinas hélice y Kaplan, en las que la velocidad c_2 de entrada en el tubo de aspiración debe ser grande para obtener un diámetro D_2 pequeño y gran número de rpm, se hace preciso recuperar gran parte de la energía perdida; para reducir estas pérdidas se tiene que disminuir la velocidad del agua a la salida del tubo de aspiración, $c_{2'} < 1$ m/seg, haciéndolo de mayor longitud, con gran ensanchamiento en el desagüe, y en forma acodada.

VII.9.- REGULACIÓN DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN

Según el método operativo, los sistemas de regulación de velocidad se pueden clasificar en dos grupos: ***a) De regulación directa; b) De regulación indirecta***

REGULACIÓN DIRECTA.- Para el caso de regulación directa, Fig VII.28, un regulador centrífugo responde a las variaciones de velocidad de la turbina, y mueve directamente el mando de regulación que abrirá o cerrará la sección de entrada. Si la carga disminuye, el momento resistente disminuirá, y al acelerarse la turbina, los contrapesos del regulador tienden a separarse del eje de rotación y levantar el manguito; una palanca con punto de apoyo en 0 accionará un mecanismo de cierre que disminuirá el caudal. El par motor disminuye y se consigue el equilibrio dinámico a unas rpm superiores a las anteriores; cada posición del mecanismo de cierre se corresponde con otra de los contrapesos, lo que implica una velocidad predeterminada.

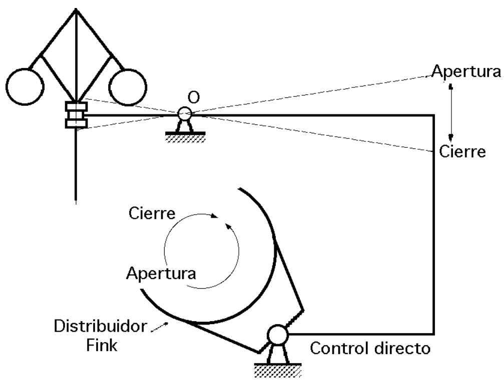


Fig VII.28.- Sistema de regulación de control directo

Este método de control, típicamente estático, no puede aplicarse a la regulación de turbinas hidráulicas, por las siguientes razones:

a) Ocasiona grandes variaciones de velocidad, y una serie de irregularidades relativamente grandes.

b) Como la fuerza necesaria para regular una turbina hidráulica es grande resulta que este mecanismo no puede proporcionar una respuesta a las variaciones de velocidad lo suficientemente poderosa como para proporcionar dicha fuerza, ya que, incluso en el caso de grandes contrapesos la fuerza que actuaría en el manguito no llegaría más que a una fracción de kg, frente a la que precisarla la corona que ajusta al distribuidor que puede llegar a ser de varias toneladas. Si se incrementa mucho el peso de los contrapesos, la sensibilidad del mando disminuiría al aumentar los efectos de rozamiento e inercia.

c) El sistema de regulación de control directo no es operativo para las turbinas hidráulicas, debido a que el movimiento del mecanismo de cierre es síncrono con las variaciones de amplitud de los contrapesos que son demasiado rápidas para operar en las mismas; el tiempo de cierre del obturador se tiene que fijar independientemente del movimiento del elemento sensible a la velocidad, para reducir o evitar completamente el golpe de ariete.

REGULACIÓN INDIRECTA.- El principio general de un sistema de ***regulación indirecta*** se representa esquemáticamente en la Fig VII.29; los principales elementos que componen el mismo son:

a) Un elemento sensible a la velocidad, consistente en unos contrapesos con un manguito y una palanca que se apoya y puede girar alrededor de un punto 0. El elemento sensible a la velocidad puede ser también de tipo electromagnético, con una bobina sensible a las variaciones de frecuencia, que las transforma en movimiento mecánico.

b) Una válvula de control o válvula de distribución, accionada a través de la palanca por los elementos sensibles a la velocidad; su cometido es el de distribuir el aceite a presión y enviarlo al correspondiente lado del servomotor. La válvula de control está provista de un pistón doble, de forma que el espacio entre los pistones esté siempre a presión; el doble pistón está en equilibrio indiferente, y pequeñísimas fuerzas externas bastan para desplazarlo. Esta válvula de control tiene una entrada y dos salidas de aceite, así como dos tubos en conexión con el servomotor.

c) El servomotor, que por medio de fuerzas hidráulicas controla la posición de la varilla que acciona al distribuidor. Esencialmente consiste en un pistón cuyo diámetro interior viene dado por la fuerza máxima necesaria que requiera el ajuste del distribuidor; la presión de aceite suele ser de 10 a 15 atm., aunque en el caso de unidades muy grandes puede ser superior. La velocidad de respuesta del pistón es una función de la cantidad de aceite proporcionada por el cilindro.

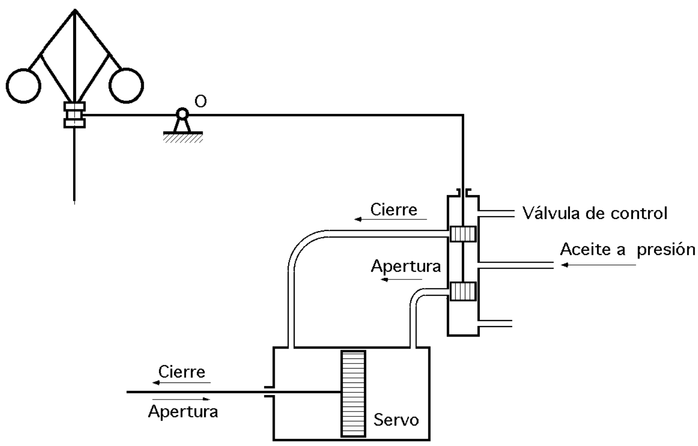


Fig VII.29.- Sistema de regulación indirecta

El principio operativo se puede seguir mediante la Fig VII.30. Si la carga disminuye, la turbina tenderá a acelerarse, los contrapesos se elevan, y el manguito es arrastrado también hacia arriba y acciona por medio de la palanca pivotada la válvula de control, con lo que el aceite a presión entra al lado del servomotor correspondiente al cierre, cerrando el vástago de ajuste al distribuidor. Al mismo tiempo, el aceite del lado de apertura vuelve al depósito, de donde una bomba lo devuelve al circuito de control. Como consecuencia del cierre del distribuidor, la turbina tiende a desacelerarse, por lo que contrapesos, manguito y válvula de control, vuelven a su posición inicial, cesando la corriente de aceite y alcanzándose una nueva posición de equilibrio, con diferente apertura del distribuidor, pero a las mismas revoluciones por minuto.

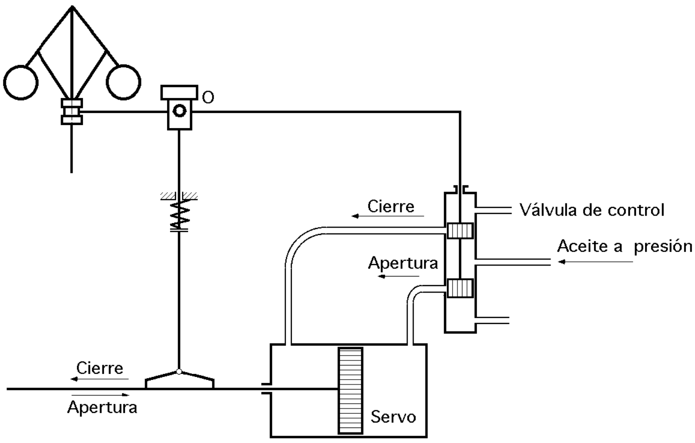


Fig VII.30.- Mecanismo de control por retorno

El punto de apoyo 0 de la palanca se puede ajustar por medio de una rueda, para mantener la velocidad de régimen; este método de regulación, aunque sumamente sencillo, no da resultados satisfactorios en la práctica; en efecto, si se supone existe una súbita disminución de la carga, la velocidad aumentará, y el regulador comenzará a cerrar; cuando se llegue al equilibrio entre el par motor y el resistente, no se tendrá aceleración posterior. Sin embargo, por ser la velocidad de la turbina algo mayor que la de régimen, el proceso de cierre tiene que continuar, disminuyendo la velocidad. Cuando la velocidad llegue otra vez a la de régimen, el par motor será menor que el resistente, por lo que la velocidad deberá continuar disminuyendo; debido a ésto, el regulador tiende a abrir el distribuidor, por lo que todo el proceso se reduce a una serie de cierres y aperturas, no siendo utilizable.

Para prevenir un sobrecontrol excesivo en la apertura o el cierre del distribuidor, se utiliza un mecanismo de control por retorno, que constituye el cuarto elemento principal del regulador. Esencialmente consiste en acoplar el desplazamiento del pistón del servo al del punto de apoyo 0 de la palanca del regulador. Una leva o rampa de deslizamiento que fija al vástago del pistón del servo mueve una varilla y desplaza por medio de un enlace apropiado el punto de apoyo de la palanca del regulador. Para aclarar el principio del retorno en el proceso de regulación, supongamos de nuevo que la carga disminuye súbitamente; la velocidad tiende a aumentar y el pistón de la válvula de control se moverá hacia abajo, ya que el punto de apoyo de la palanca del regulador actúa momentáneamente como un centro de rotación fijo.

Cuando el servomotor inicia su movimiento de cierre, el mecanismo de restitución elevará el punto de apoyo de la palanca del regulador, actuando el manguito como centro de rotación, moviéndose el otro extremo de la palanca hacia arriba arrastrando consigo a la válvula piloto; si se proyectan adecuadamente el mecanismo de restitución y los demás elementos, el cierre que seguía al movimiento de apertura se puede detener en sus primeros momentos, previniéndose así los fallos anteriormente señalados.

Aún así, cada posición de equilibrio se tiene para cada posición de la válvula de control, lo cual acontece para diferentes posiciones del manguito del regulador. La posición de la leva y, por tanto, la altura del punto de apoyo depende de la apertura del distribuidor, que es proporcional a la carga de la turbina. La carga más baja se corresponde con la posición más alta del punto de apoyo 0 en un estado de equilibrio; una posición diferente del manguito del regulador debe corresponderse con un estado de carga determinado, y con una velocidad concreta, siendo el sistema de control estático, por cuanto, como hemos dicho, a una velocidad más baja corresponde una carga más alta, y viceversa. Este sistema de control se conoce como ***control por retorno rígido.***

La posibilidad de un control manual hay que tenerla siembre presente; el pistón del servo se debe abrir o cerrar a mano durante el arranque o parada de la turbina y se tiene que poder ajustar también a mano en caso de desarreglos en el mecanismo de control automático.

La capacidad del regulador se define por el trabajo obtenido en el servo, al multiplicar la fuerza del servo por su carrera.; la capacidad se puede determinar mediante la siguiente fórmula empírica, en la que N es la potencia de la turbina y φ un coeficiente:

$$A = \varphi \frac{N}{\sqrt{H_n}} \quad \text{(Kgm)}$$

El valor de φ es: $\begin{cases} 1,5 < \varphi < 2,8 & \text{para turbinas Francis con caracol} \\ 2,2 < \varphi < 2,5 & \text{para turbinas Francis con cámara abierta} \end{cases}$

Para pequeñas unidades los valores de la capacidad son del orden de 50 a 100 kg.cm con una carrera de 10 a 15 cm

Para grandes unidades, los valores de la capacidad son del orden de 1000 a 10000 Kgm, y aún mayores para casos especiales

Los reguladores de inercia representan un avance significativo en las técnicas de regulación de la velocidad, por cuanto son sensibles no sólo a la velocidad, sino también a la aceleración. El valor máximo de la aceleración se alcanza inmediatamente después de la variación de carga; vale cero cuando la velocidad es máxima.

En el transitorio de aumento de velocidad, la velocidad angular y la aceleración tienen el mismo signo, mientras que en el transitorio de deceleración son de signos opuestos; en caso de un súbito decrecimiento de la carga, la suma de las acciones de la velocidad y aceleración es máxima al comienzo del transitorio, obligando al regulador a cerrar rápidamente. El resultado final es una importante reducción de las oscilaciones del regulador.

VII.10.- CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN

El funcionamiento de la turbina, para los diferentes regímenes posibles, viene definido por la superficie característica $f(H_n, Q, n) = 0$; cada punto de esta superficie se corresponde con un punto de funcionamiento de la turbina.

La ecuación fundamental de las turbomáquinas, se puede poner en la forma:

$$H_{efec} = \frac{u_1 c_{1n} - u_2 c_{2n}}{g} = \left| \begin{array}{l} c_{1n} = c_{1m} \cot \alpha_1 = \dfrac{Q}{\Omega_1} \cot \alpha_1 \\ c_{2n} = u_2 - w_2 \cos \beta_2 = u_2 - c_{2m} \cot \beta_2 = u_2 - \dfrac{Q}{\Omega_2} \cot \beta_2 \end{array} \right| =$$

$$= \frac{1}{g} \{u_1 \frac{Q}{\Omega_1} \cot \alpha_1 - u_2 (u_2 - \frac{Q}{\Omega_2} \cot \beta_2)\} = \left| u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60} \;\; ; \;\; u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} \right| =$$

$$= \frac{1}{g} \{\frac{\pi D_1 n}{60} \frac{Q}{\Omega_1} \cot \alpha_1 - \frac{\pi D_2 n}{60} (\frac{\pi D_2 n}{60} - \frac{Q}{\Omega_2} \cot \beta_2)\} = \frac{\pi Q n}{60\, g} (\frac{D_1}{\Omega_1} \cot \alpha_1 + \frac{D_2}{\Omega_2} \cot \beta_2) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600\, g}$$

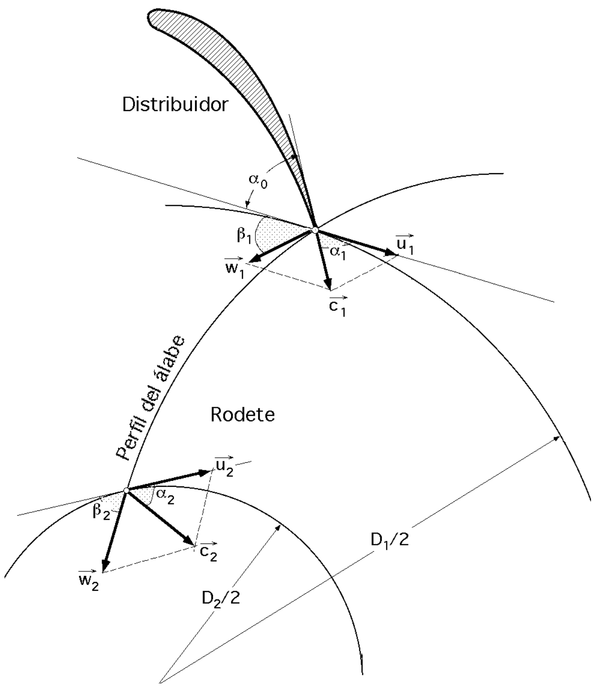


Fig VII.31.- Triángulos de velocidades a la entrada y a la salida

$$H_n = \frac{\pi Q n}{60 g \eta_{man}} \left(\frac{D_1}{\Omega_1} \cot g \alpha_1 + \frac{D_2}{\Omega_2} \cot g \beta_2\right) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600 g \eta_{man}}$$

es la ecuación de la superficie característica de la turbina, (paraboloide hiperbólico).

CURVA CARACTERÍSTICA PARA n = Cte Y APERTURA DEL DISTRIBUIDOR FIJA, α_1 = Cte

Al ser: n = Cte ; α_1 = Cte ; β_2 = Cte (por ser un dato constructivo), se tiene:

$$H_{efec} = \frac{\pi Q n}{60 g} \left(\frac{D_1}{\Omega_1} \cot g \alpha_1 + \frac{D_2}{\Omega_2} \cot g \beta_2\right) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600 g} = B Q - A$$

que es una recta, Fig VII.33, en la que tanto α_1 como β_2 son siempre inferiores a 45º, (entre 20º y 30º), por lo que su pendiente es siempre positiva.

El valor de A es idéntico al de las curvas características de las bombas:

$$A = \frac{u_2^2}{g} = \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600 g}$$

El valor de B depende del tipo de turbina:

Francis: $$H_{efec} = \left| \Omega_1 = \pi D_1 b_1 k_1 \; ; \; \Omega_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \right| = \frac{Q n}{60 g} \left(\frac{\cot g \alpha_1}{b_1 k_1} + \frac{4}{D_2} \cot g \beta_2\right) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600 g}$$

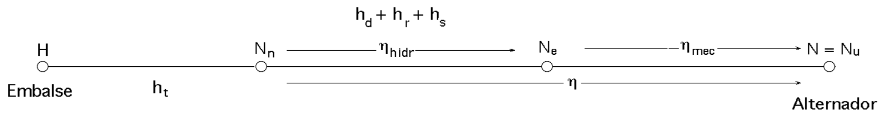
$$B = \frac{n}{60 g} \left(\frac{\cot g \alpha_1}{b_1 k_1} + \frac{4}{D_2} \cot g \beta_2\right)$$

Kaplan: $$H_{efec} = \left| \Omega_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \; ; \; \Omega_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \right| = \frac{Q n}{15 g} \left(\frac{\cot g \alpha_1}{D_1} + \frac{\cot g \beta_2}{D_2}\right) - \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{3600 g}$$

$$B = \frac{n}{15\ g}\left(\frac{\cot g\, \alpha_1}{D_1} + \frac{\cot g\, \beta_2}{D_2}\right)$$

Para un régimen cualquiera el salto H_n es:

$$H_n = H - h_t = \left| H_{efec} = H - \sum h_i = H_n - (h_d + h_r + h_s + P_{choque}) \right| = H_{efec} + (h_d + h_r + h_s + P_{choque})$$



a) Se puede admitir que las pérdidas por rozamiento en el distribuidor h_d, rodete h_r, y tubo de aspiración h_s, son proporcionales al cuadrado del caudal Q y vienen representadas, por lo tanto, por una parábola P_1 de la forma:

$$h_d + h_r + h_s = k_1\, Q^2$$

b) También se puede admitir que cuando la turbina no trabaja en condiciones de diseño, y por cambio brusco de la dirección del agua, las ***pérdidas por choque*** varían con el caudal según otra parábola P_2 de la forma:

$$h_c = h'_d + h'_s = \mu\, n^2 + \lambda\, n\, Q + k_2\, Q^2$$

que tiene un mínimo en el punto A correspondiente al funcionamiento óptimo, Fig VII.32.

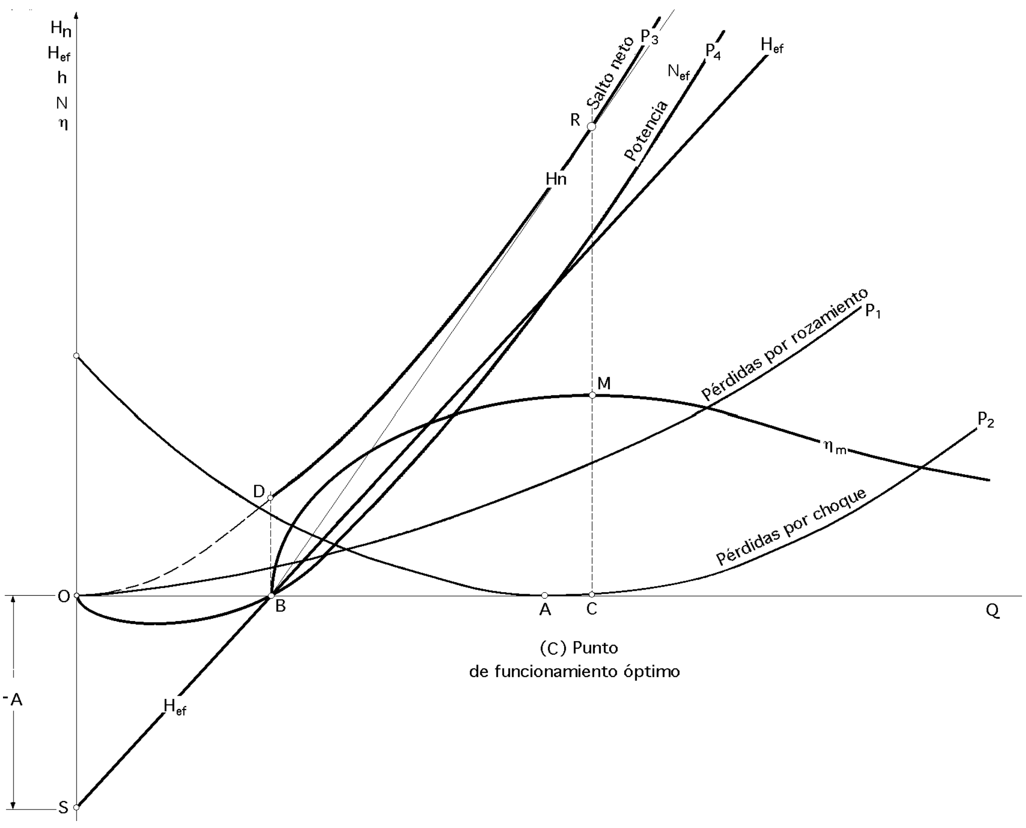


Fig VII.32.- Curvas características

La curva característica de la turbina, (ecuación que viene representada por P_3), ***es:***

$$H_n = H_{efec} + \mu n^2 + \lambda n Q + (k_1 + k_2) Q^2 = H_{efec} + \mu n^2 + \lambda n Q + k^* Q^2 = H_{efec} + C Q^2 = -A + B Q + C Q^2$$

La potencia efectiva es:

$$N_{efec} = \gamma Q H_{efec} = \frac{\gamma \pi Q^2 n}{60 g} \left(\frac{D_1 \cot g \alpha_1}{\Omega_1} + \frac{D_2 \cot g \beta_2}{\Omega_2}\right) - \frac{\gamma \pi^2 Q D_2^2 n^2}{3600 g} = |\text{ Francis con } k_1 = 1 \,| =$$

$$= \frac{\gamma Q^2 n}{60 g} \left(\frac{\cot g \alpha_1}{b_1} + \frac{4 \cot g \beta_2}{D_2}\right) - \frac{\gamma \pi^2 Q D_2^2 n^2}{3600 g} = B^* Q^2 - A^* Q$$

que es la ecuación de una parábola P_4 que pasa por el origen 0 y por el punto B, Fig VII.32.

El rendimiento hidráulico:

$$\eta_{hid} = \frac{H_{efec}}{H_n} = \frac{-A + B Q}{-A + B Q + C Q^2}$$

se representa mediante una curva que pasa por el punto B para $H_{ef} = 0$; su máximo lo tiene en el punto M y disminuye asintóticamente con el eje de abscisas al aumentar Q, es decir, $\eta_{hid} = 0$ para $Q \to \infty$.

El rendimiento máximo se obtiene para un punto C ligeramente superior al punto A de funcionamiento óptimo; como en esta zona, la parábola P_2 toma valores de H_{ef} muy pequeños, las pérdidas que influirán muy notoriamente serán las correspondientes a la parábola P_1, es decir, las pérdidas por rozamiento en el distribuidor, rodete y tubo de aspiración.

CURVAS CARACTERÍSTICAS PARA n = Cte Y APERTURA DEL DISTRIBUIDOR VARIABLE.- A cada apertura ***x*** del distribuidor, corresponde un ángulo α_1 y una recta de H_{ef} representativa de la característica, $H_{ef} = f(Q)$. Para todas las aperturas del distribuidor correspondientes a una misma velocidad ***n***, el conjunto de las rectas H_{ef} concurre en un mismo punto S sobre el eje de ordenadas, ya que todas ellas mantienen la misma ordenada en el origen. A cada recta corresponde para cada salto H_n un conjunto de curvas P, Fig VII.33.

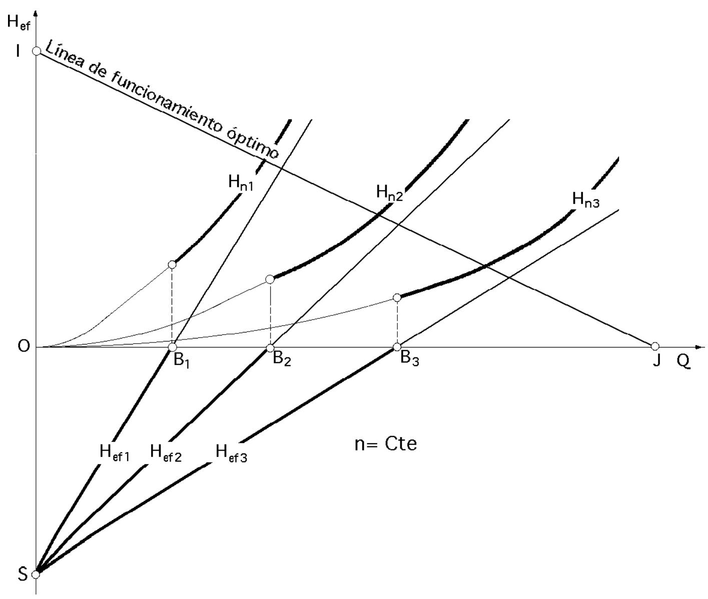


Fig VII.33.- Curvas características para n= Cte y diversas aperturas α_1 del distribuidor

Al ser variable el grado de apertura del distribuidor ***x*** también lo será el ángulo α_1; como para cada valor de α_1 el punto de funcionamiento óptimo tiene lugar cuando w_1 es tangente al álabe a la entrada, ***el lugar geométrico de estos puntos de funcionamiento óptimo se obtiene eliminando*** $_1$, como sigue:

$$H_{efec} = \frac{1}{g}\left\{\frac{u_1\,Q}{\Omega_1}\ \mathrm{cotg}\,\alpha_1 - u_2\left(u_2 - \frac{Q}{\Omega_2}\ \mathrm{cotg}\,\beta_2\right)\right\} = \left|\ \mathrm{tg}\,\alpha_1 = \frac{c_{1m}}{c_{1n}} = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1m}\ \mathrm{cotg}\,\beta_1}\ \right| =$$

$$= \frac{1}{g}\left\{\frac{u_1\,Q}{\Omega_1}\ \frac{u_1 - c_{1m}\ \mathrm{cotg}\,\beta_1}{c_{1m}} - u_2^2 + u_2\frac{Q}{\Omega_2}\ \mathrm{cotg}\,\beta_2\right)\} = \left|\ c_{1m} = \frac{Q}{\Omega_1}\ ;\ u_1 = u_2\ \frac{D_1}{D_2}\ \right| =$$

$$= \frac{1}{g}\left\{\frac{u_2\ \frac{D_1}{D_2}\ Q}{\Omega_1}\ \frac{u_2\ \frac{D_1}{D_2} - \frac{Q}{\Omega_1}\ \mathrm{cotg}\,\beta_1}{\frac{Q}{\Omega_1}} - u_2^2 + u_2\frac{Q}{\Omega_2}\ \mathrm{cotg}\,\beta_2\right\} =$$

$$= \frac{1}{g}\left\{u_2^2\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 - u_2\ \frac{D_1}{D_2}\ \frac{Q}{\Omega_1}\ \mathrm{cotg}\,\beta_1 - u_2^2 + u_2\ \frac{Q}{\Omega_2}\ \mathrm{cotg}\,\beta_2\right\} =$$

$$= \frac{u_2^2}{g}\left(\frac{D_1^2}{D_2^2} - 1\right) - \frac{u_2}{g\,\Omega_2}\left(\frac{D_1\,\Omega_2}{D_2\,\Omega_1}\ \mathrm{cotg}\,\beta_1 - \mathrm{cotg}\,\beta_2\right)Q = M - N\,Q$$

que es una ecuación en la que no figura α_1 y representa el lugar geométrico de los puntos de funcionamiento en régimen óptimo para (n = Cte) y cualquier grado de apertura ***x*** del distribuidor, Fig VII.33; en un diagrama (H_{ef}, Q) viene representada por la recta (IJ), cuya ordenada en el origen M y pendiente N, son:

$$M = (OI) = \frac{u_2^2}{g}\left(\frac{D_1^2}{D_2^2} - 1\right)\ ;\quad N = \frac{u_2}{g\,\Omega_2}\left(\mathrm{cotg}\,\beta_2 - \frac{D_1\Omega_2}{D_2\Omega_1}\ \mathrm{cotg}\,\beta_1\right)$$

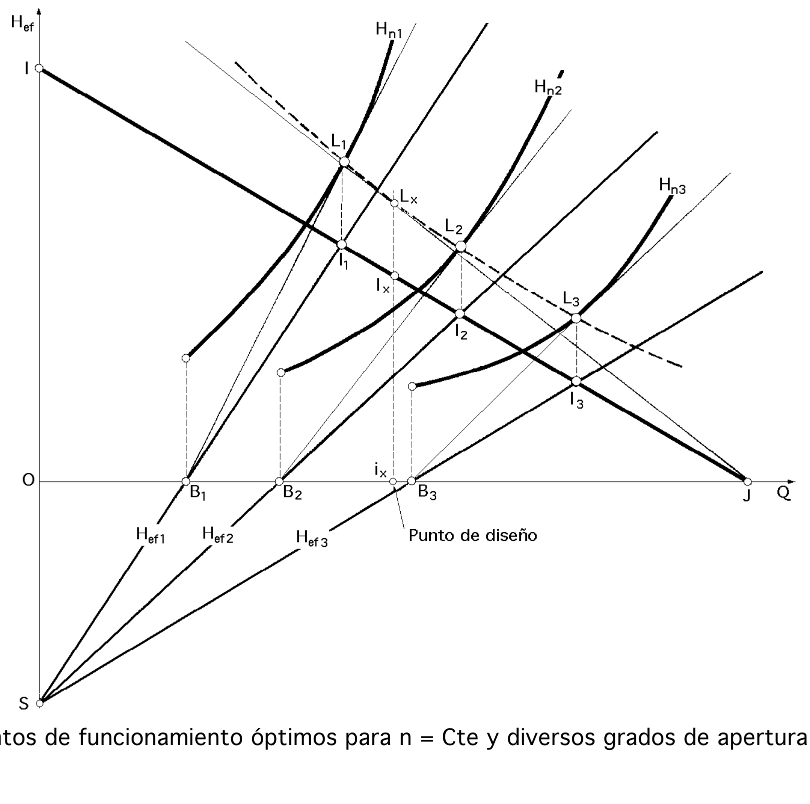


Fig VII.34.- Puntos de funcionamiento óptimos para n = Cte y diversos grados de apertura del distribuidor

Los puntos de intersección I_1, I_2, I_3,... de la recta (IJ) con cada una de las curvas características (SB_1), (SB_2), (SB_3), representan los puntos de funcionamiento óptimo, para las diversas aperturas del distribuidor, Fig VII.34. Los puntos L_1, L_2, L_3,... representan las alturas netas correspondientes al régimen óptimo para cada apertura. Uniendo los puntos L_1, L_2, L_3,.. se obtiene otra curva, representada a trazos; la tangente a esta curva desde el punto J, permite obtener el punto de funcionamiento más elevado posible, por cuanto: $\eta_{hid} = (I_x i_x) / (L_x i_x)$ es el máximo que se puede alcanzar.

RENDIMIENTO.- Si sobre cada curva característica se determinan los puntos de rendimiento, 0,9- 0,8- 0,7, etc, y se unen los correspondientes de igual rendimiento de todas las curvas características, se obtiene la colina de rendimientos.

Si en el punto A de la Fig VII.35 se tiene un salto neto H_{nA} para un rendimiento η_1 al que corresponde el caudal Q_A, al mantener el salto constante y modificar el caudal, es evidente que el rendimiento disminuirá por cuanto en los puntos B, C, es menor, por lo que Q_A será el caudal óptimo para este salto H_{nA}. También se deduce que al disminuir el caudal óptimo, conservando el salto, decrece el rendimiento y aumentan las pérdidas, sobre todo las debidas al choque.

También se puede considerar una colina de rendimientos en el diagrama (H_n,N_{ef}), de forma que el paso de una colina a otra se realiza a partir de una curva de igual rendimiento en el diagrama (H_n,Q) y tomando sobre ella pares de valores (H_n,Q) se determina la potencia correspondiente mediante la ecuación:

$$N_{efec} = \frac{\gamma\, Q\, H_n\, \eta_{hid}}{75}$$

obteniéndose así los puntos (N_{ef},H_n) de la segunda colina, existiendo para cada valor de H_n dos valores de Q, y por lo tanto, dos de N_{ef}.

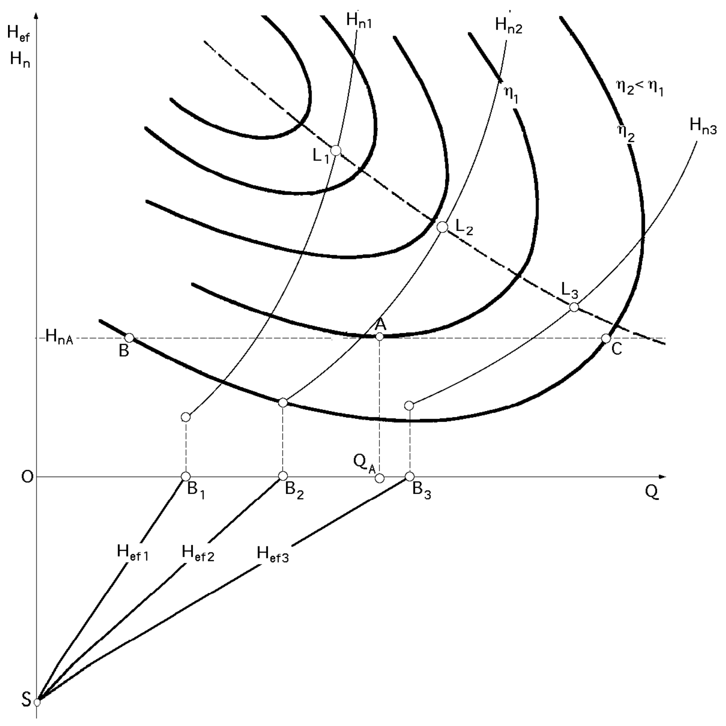
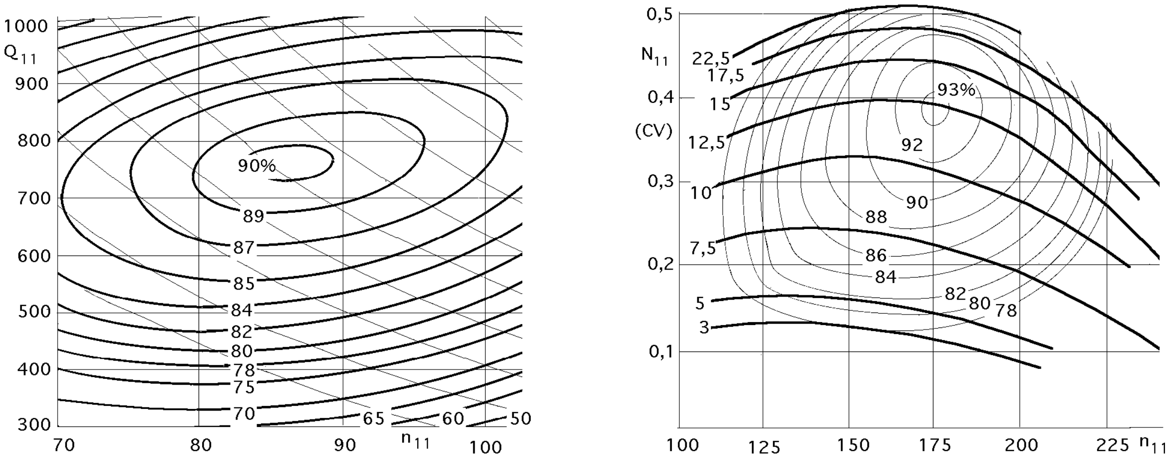


Fig VII.35



Turbina Francis rápida
Turbina Francis lenta

Fig VII.36.- Colinas de rendimientos de la turbina Francis

Transformación de las curvas características de n = Cte, en curvas características de salto constante.- Sea la representación de la Fig VII.36, para una velocidad constante n_1, y sea M_1 un punto de la curva característica H_n correspondiente. El punto homólogo del M_1 para un salto neto determinado, será, de acuerdo con las relaciones de semejanza el M_2 y se obtiene a partir de:

$$\frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{H_{n2}}{H_{n1}} \quad ; \quad n_2 = n_1 \sqrt{\frac{H_{n2}}{H_{n1}}} \quad ; \quad Q_2 = Q_1 \frac{n_2}{n_1} = Q_1 \sqrt{\frac{H_{n2}}{H_{n1}}}$$

Los valores de Q_2 y n_2 así encontrados permiten definir el punto M_2 homólogo del M_1. La parábola de regímenes semejantes, lugar de los puntos homólogos a los que se exige igualdad de rendimiento hidráulico, tiene por ecuación:

$$H_n = \frac{H_{n1}}{Q_1^2} Q^2 = k\, Q^2$$

La intersección de la curva $H_{n(n2)}$ con la parábola de regímenes semejantes proporciona el punto M_2, homólogo del punto M_1, para el número de revoluciones n_2 y mismo rendimiento hidráulico que el correspondiente a M_1.

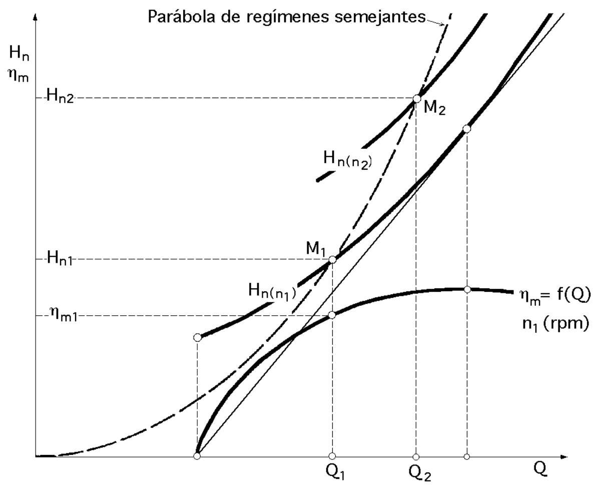


Fig VII.37

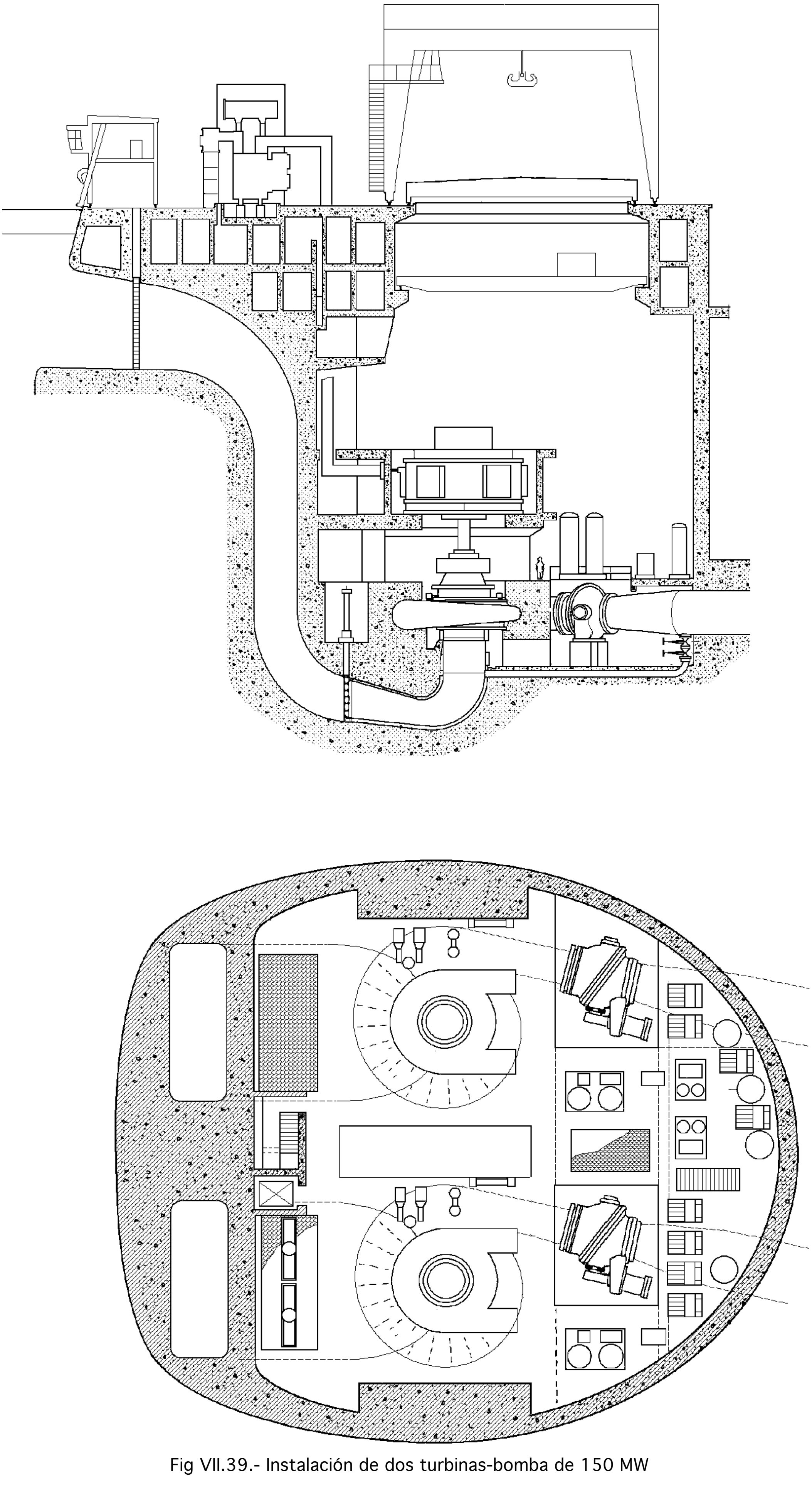


Fig VII.39.- Instalación de dos turbinas-bomba de 150 MW

VIII.- TURBINA KAPLAN

VIII.1.- INTRODUCCIÓN

La importancia de las turbinas Hélice y Kaplan en pequeños saltos con grandes caudales, las hacen idóneas tanto en posición horizontal como vertical; por su similitud con las turbinas Bulbo, empleadas tanto en centrales maremotrices como en algunas minicentrales hidráulicas, presentamos este somero estudio que permite comprender su funcionamiento y campos de aplicación.

La tendencia a la construcción de turbinas cada vez más rápidas, para velocidades específicas n_s mayores de 450, conduce a las turbinas hélice y Kaplan, ya que en las turbinas Francis con n_s del orden de 400, el agua no se puede guiar y conducir con precisión.

El rodete está compuesto por unas pocas palas, que le confieren forma de hélice de barco; cuando éstas sean fijas, se llama turbina hélice, mientras que si son orientables se denominan turbinas Kaplan; en ambos casos las turbinas funcionan con un único sentido de giro de rotación; son pues turbinas irreversibles.

Si además de tener las palas orientables, las turbinas funcionan en los dos sentidos de rotación (turbinas reversibles), y asimismo pueden actuar como bombas hélice accionadas por el propio generador, se las denomina turbinas Bulbo.

En lo que sigue, vamos a exponer una teoría relativa al cálculo de turbinas Kaplan, que se puede aplicar directamente a las turbinas hélice y Bulbo.

Para una turbina hélice del tipo que sea, si se supone una velocidad de entrada $\vec{c}_1$ uniforme para toda la altura del perfil, las distintas curvaturas de las palas se deducen de las distintas velocidades periféricas $\vec{u}$ que tiene la rueda en los diversos puntos, Fig VIII.2, de forma que siempre se cumpla que:

$$r\, u = Cte$$

Si la entrada del agua (1) se efectúa sin choque, la superficie del álabe debe estar en una dirección tangente a la velocidad relativa de entrada del agua $\vec{w}_1$, por lo que el álabe tiene que ser, por lo que respecta a su altura, en la parte central e inicial, bastante vertical.

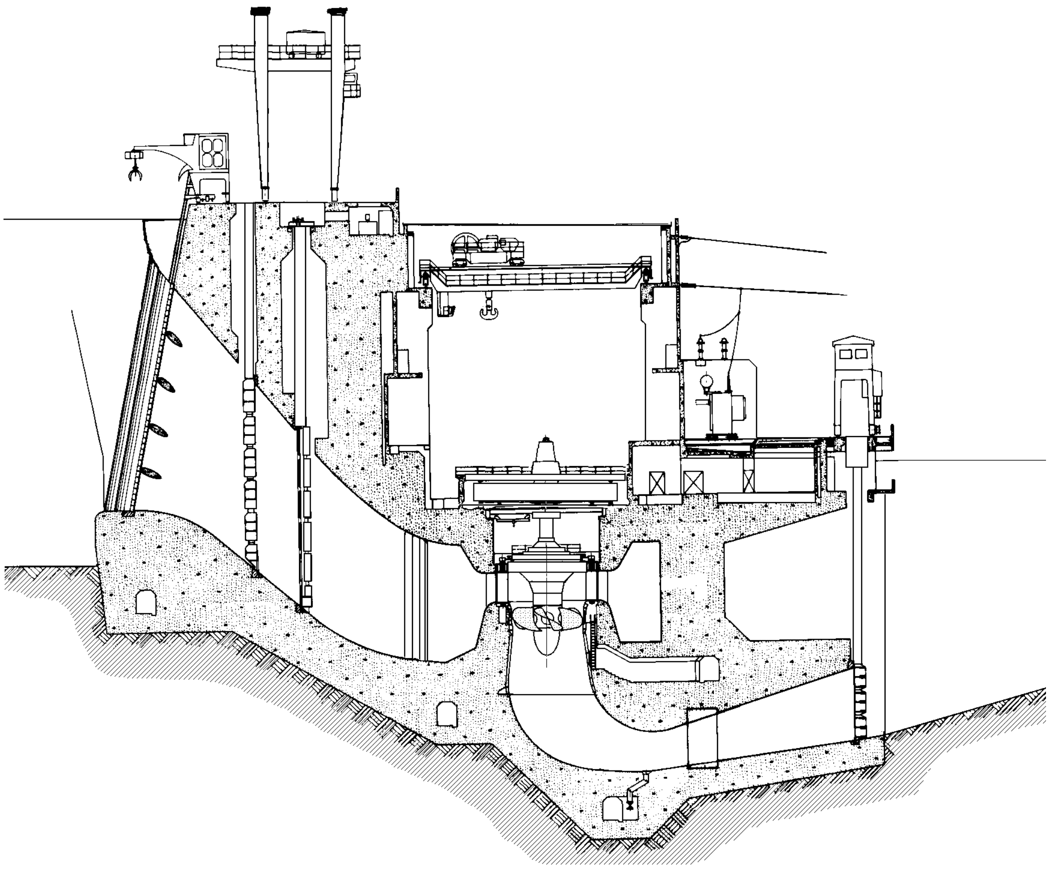


Fig VIII.1.- Sección transversal de una central hidráulica con turbina Kaplan

En la parte final del álabe, a la salida, éste se presenta más aplanado y la velocidad $\vec{c}_2$ debe ser prácticamente axial, siendo la velocidad $w_{2y} \ll w_{1y}$, dato que comprobaremos más adelante.

En las turbinas Kaplan el cubo de la hélice, o cabeza del rodete, llega a tener un diámetro de hasta 0,4 del diámetro del tubo de aspiración d_3, con lo que se mejora mucho la circulación del agua, alcanzándose valores de $\boldsymbol{n_s}$ por encima de 850 y terminando en su parte inferior en una caperuza cónica que mejora la conducción del agua hacia el tubo de aspiración.

En una instalación de turbina Kaplan de eje vertical, las paredes del distribuidor, móviles, tienen la misma forma que en las Francis, y se sitúan algo por encima del rodete.

Tabla VIII.1.- Número de palas Z en función del número específico de revoluciones n_s

n_s	400-500	500-600	600-750	750-900	> 900
Z	7 a 8	6	5	4	3
H_n (metros)	60	50	40	20	5
Relación de cubo	0,6	0,55	0-5	0,4	0,3

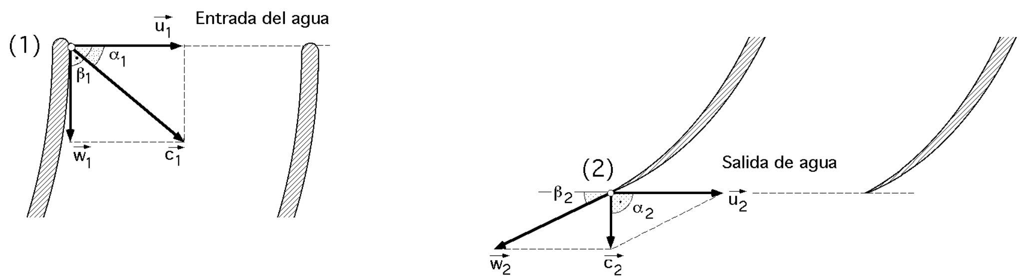


Fig VIII.2.- Triángulos de velocidades

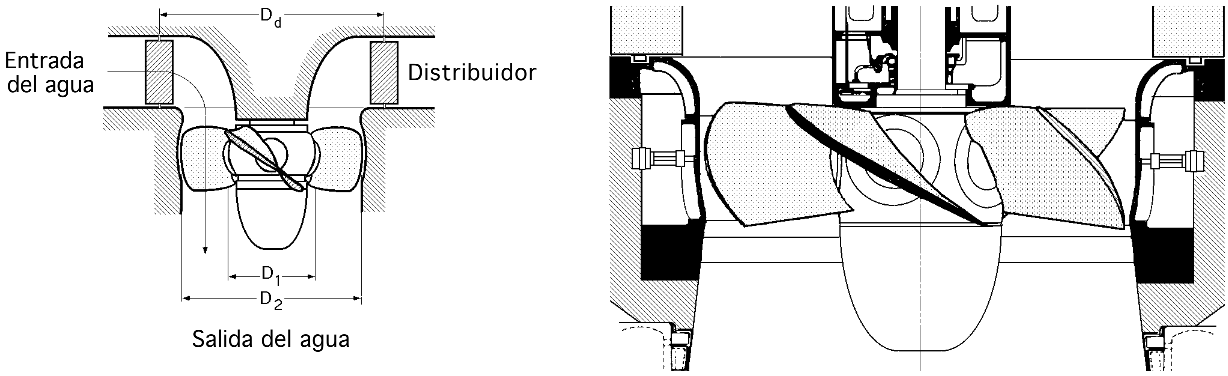


Fig VIII.3.- Rotor de una turbina Kaplan

En el interior del cubo se encuentra el mecanismo de giro de las palas del rodete, lo que obliga a que el número de las mismas sea pequeño, que puede aumentar al crecer el salto y las dimensiones del rodete.

En la Tabla VIII.1 se indica el número de palas Z en función del número específico de revoluciones $\boldsymbol{n_s}$ que condiciona el salto neto H_n y la relación entre los diámetros del cubo y exterior del rodete $\boldsymbol{n}$, observándose que un aumento del número de palas supone una disminución del $\boldsymbol{n_s}$.

A medida que aumenta H_n aumentan los esfuerzos que tienen que soportar los álabes, por lo que el cubo ha de tener mayor diámetro, tanto para poder alojar los cojinetes de los pivotes de los álabes, como para poder alojar el mayor número de álabes. Para alturas netas superiores a los 10 metros, la turbina Kaplan empieza a ser más voluminosa que la turbina Francis, aunque mantiene la ventaja de tener los álabes orientables.

VIII.2.- REGULACIÓN DE LAS TURBINAS

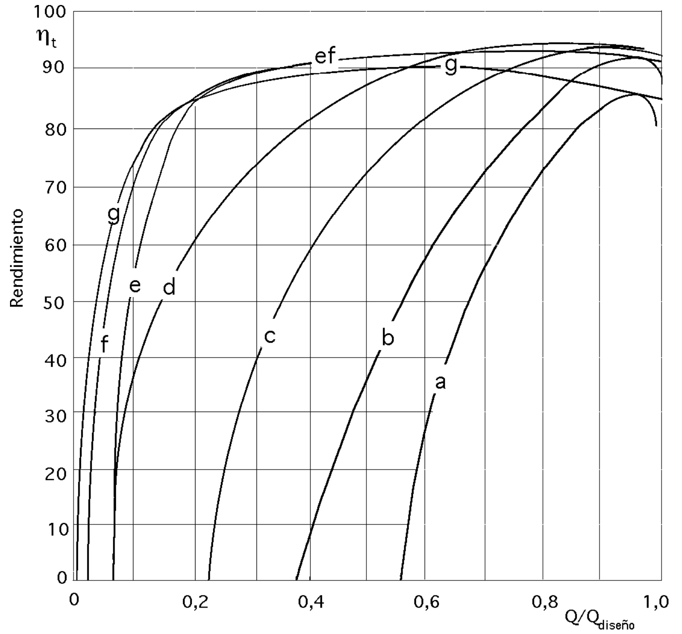
A las turbinas hélice se las regula mediante álabes móviles en la corona directriz, (distribuidor), en forma análoga a como se hace en las turbinas Francis. A la entrada del rodete se origina una pérdida por choque y a la salida resulta una $\vec{c}_2$ mayor en magnitud, pero de dirección más inclinada; ambas circunstancias contribuyen a la disminución del rendimiento, de forma que éste desciende tanto más rápidamente, cuanto mayor sea la velocidad de la turbina. Una característica negativa de las turbinas hélice es el bajo rendimiento de las mismas a cargas distintas de la nominal o diseño. En las turbinas Kaplan, las paletas directrices del distribuidor también son móviles lo cual permite mejorar la regulación, pues al cambiar la inclinación de los álabes del rodete se consigue mantener bastante elevado el rendimiento para un extenso margen del grado de apertura del distribuidor.

La regulación más favorable se consigue cuando al girar las palas se conserva el mismo valor de $\boldsymbol{c_{1n}}$ y a la salida de las mismas se mantiene $\boldsymbol{c_2}$ perpendicular a $\boldsymbol{u_2}$.

En el caso ideal se tiene que cumplir la ecuación fundamental de las turbinas:

$$\eta_{hid}\, g\, H_n = c_1 u_1 \cos \alpha_1 - c_2 u_2 \cos \alpha_2$$

que para ($\alpha_2 = 90°$) ($u_1\, c_{1n} = \eta_{hid}\, g\, H_n$), para cualquier grado de admisión, alcanzándose elevados rendimientos en toda la zona de regulación, lo que se puede conseguir actuando al mismo tiempo sobre las palas del distribuidor y de la rueda. La forma de conseguir este aumento de rendimiento variando la posición de los álabes se explica a la vista de las Fig VIII.5 como sigue:



(a) Turbina hélice: n_s= 1050 (curva en gancho) ; (b) Turbina hélice: n_s= 650 ; (c) Turbina Francis: n_s= 500 ;

(d) Turbina Francis: n_s= 250 ; (e) Turbina Kaplan: n_s= 230 ; (f) Turbina Kaplan: n_s= 500 ; (g) Turbina Pelton: n_s= 10 a 30 (curva plana)

Fig VIII.4.- Rendimiento total de los diferentes tipos de turbinas en función del grado de la carga

La velocidad relativa de entrada w_1 tiene que ser tangente al álabe, por lo que éste tiene que quedar en la dirección de ella, a fin de que la entrada de agua tenga lugar sin choque; a la salida c_2 tiene que alcanzar un valor razonable procurando sea perpendicular a u_2 o formar un ángulo próximo a los 90°.

Al cambiar la posición de los álabes, disminuyendo por ejemplo la admisión, las velocidades se modifican; c_1 será ahora menor que con admisión plena, porque el espacio libre existente encima del rodete resulta entonces excesivamente grande para un caudal menor, lo que origina una disminución de la velocidad; a la entrada, las paletas del rodete se pueden poner, aproximadamente, en la dirección w_1 suavizándose así las pérdidas por choque. A la salida se tiene la ventaja de que al ser β_2 más pequeño, la velocidad c_2 es también más pequeña, que es precisamente lo que interesa para aprovechar al máximo la energía puesta a disposición de la máquina; como dato curioso, para caudales pequeños, menores que los de diseño, el tubo de aspiración quedará siempre lleno, en forma análoga a cuando se trabaja con el caudal de proyecto, pero saliendo a una velocidad c_2 menor.

La doble regulación de una turbina Kaplan hace que ésta sea más cara que una Francis de igual potencia, por lo que se utilizan en aquellas instalaciones en que se desee conseguir rapidez de giro y máxima facilidad de regulación.

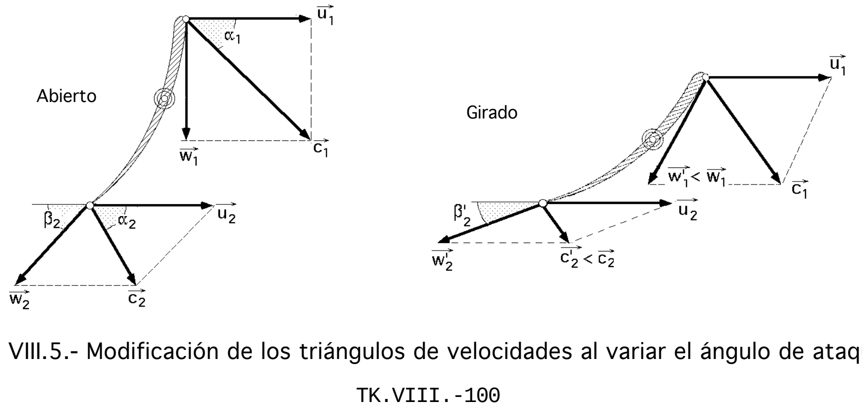


Fig VIII.5.- Modificación de los triángulos de velocidades al variar el ángulo de ataque

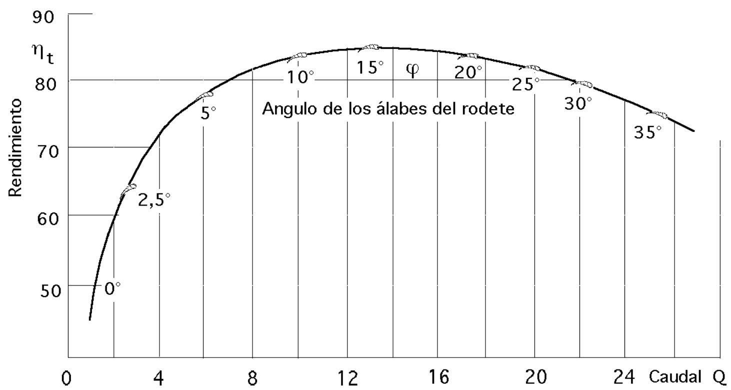


Fig VIII.6.- Curva de rendimiento de una turbina Kaplan

Si esta última condición no es muy precisa, es decir, si la turbina ha de funcionar casi siempre con poca variación de carga, es preferible utilizar una turbina hélice, que por su sencillez, es muy superior a la Francis.

La curva de rendimiento de una turbina Kaplan es una curva plana, y su rendimiento a cargas intermedias es superior no sólo al de las turbinas hélice, sino al de todas las turbinas Francis, siendo su curva de rendimiento comparable con las curvas planas características de las turbinas Pelton.

Esta curva de rendimiento plana, como se muestra en la Fig VIII.6, es la envolvente de las curvas que se obtendrían con un número infinito de rodetes de turbina hélice de n_s crecientes. Esta curva sólo se obtiene utilizando una combinación óptima del ángulo del rodete y de la apertura del distribuidor.

VIII.3.- MECANISMO DE REGULACIÓN EN LAS TURBINAS KAPLAN

En la Fig VIII.7 se presenta un esquema del mecanismo de regulación de las palas móviles del rodete, dispuesto en el interior del cubo. Cada pala se prolonga mediante un eje, que penetra en el cubo, perpendicular al eje de giro de la rueda. Cada eje de pala pivota en dos palieres P_1 y P_2 entre los que se encuentra calada una palanca L que es la que regula la orientación de la pala, y que a su vez va sujeta al eje de la rueda.

La fuerza centrífuga de la pala se transmite a la palanca L mediante bieletas, y en turbinas muy importantes, por un sistema de anillo incrustado en el eje y apoyado sobre L.

Las bieletas X colocadas en la extremidad de la palanca L van sujetas al árbol mediante un soporte E; todo ello está dirigido por un vástago que pasa por el interior del árbol A, de forma que cualquier desplazamiento axial de este vástago provoca una rotación simultánea de todas las palas. Todo el mecanismo de regulación está bañado en aceite a una cierta presión, (en las Bulbo del orden de 2 a 3 atm), proporcionando la lubricación necesaria a todos los cojinetes y conexiones, y no permitiendo la entrada del agua en el interior del cubo.

El vástago T es accionado por un servomotor S que gira solidario con el árbol; por encima de éste va situado un depósito fijo R, en el que las cámaras C_1 y C_2 están comunicadas con una válvula de regulación de aceite D de una entrada y dos salidas. En el interior del árbol A existen dos tubos concéntricos T_1 y T_2 por los que pasa el aceite a presión; el conducto entre el árbol y T_1 pone en comunicación la cámara C_1 con la parte inferior del servomotor a través del agujero t_1 practicado en el pistón P que actúa directamente sobre el vástago T de regulación.

Como se trata de piezas giratorias, hay que procurar en g_2, g_3 y g_4 evitar pérdidas o fugas de aceite entre las diversas cámaras que están a presiones diferentes; asimismo, como el conjunto formado por el pistón P el vástago T y los tubos T_1 y T_2 situados en el interior del árbol A tienen que ir también engrasados, hay que disponer una junta de estancamiento en g_1 de forma que se evite la comunicación desde la parte interior del cubo de la rueda hacia la parte inferior del pistón P del servomotor, que está a presión variable.

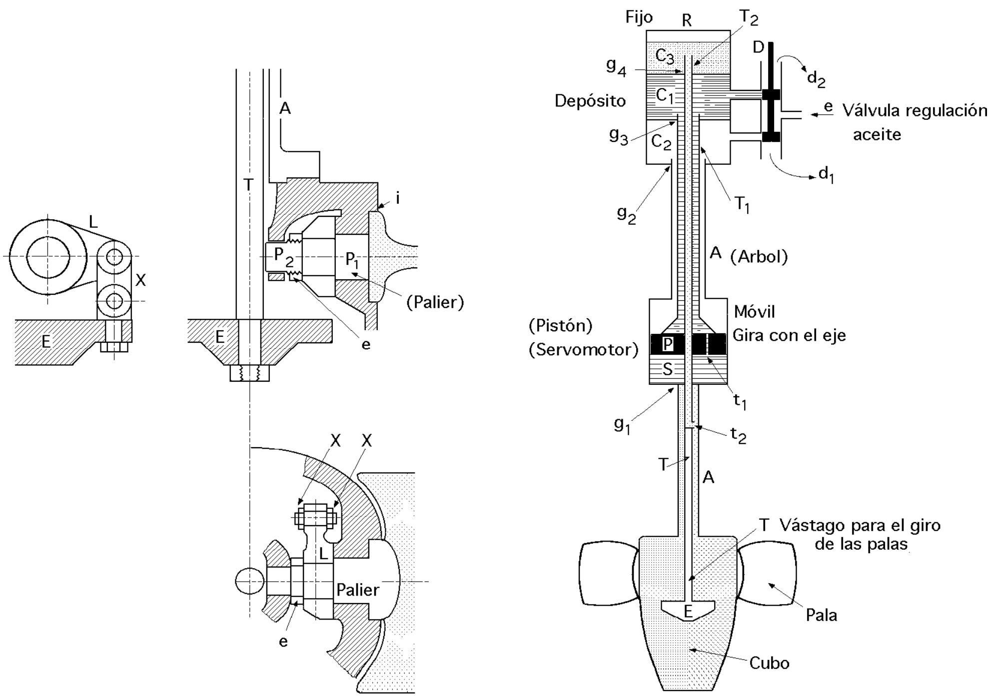


Fig VIII.7.- Mecanismo de regulación de las palas de una turbina Kaplan

Según sea la posición del distribuidor de aceite D se puede colocar una de las caras del pistón P en comunicación con la llegada de aceite a la presión de la tubería de entrada e, mientras que el otro lado del pistón P está a la presión de descarga.

El interior del tubo T_2 pone en comunicación la parte superior del depósito R (cámara C_3), con el interior del cubo de la rueda, por medio de un agujero t_2 practicado en la cruceta de mando T de orientación de las palas. Esta cámara C_3, que está a la presión atmosférica, contiene aceite a un cierto nivel y juega el papel de depósito de expansión del aceite contenido en el cubo, siendo este volumen de aceite función de la posición de las palas.

Esta cámara se debe situar en un nivel tal que la presión estática que asegura la presencia de aceite en el cubo, sea suficiente para evitar la entrada del agua en el interior del cubo. El servomotor S puede estar colocado en una posición cualquiera del árbol, como en la parte superior, o por encima del alternador, o bien entre el alternador y la turbina, o por debajo del mecanismo de orientación de las palas cuando el espacio lo permita, como en la Fig VIII.8, etc.

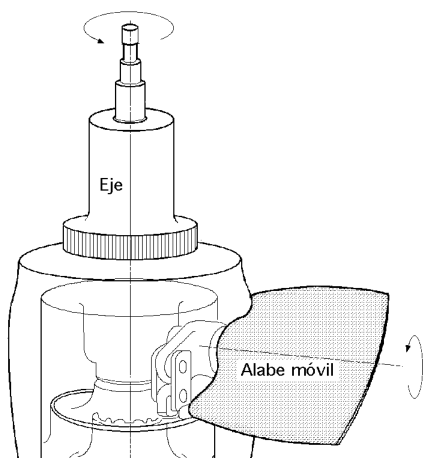


Fig VIII.8.- Disposición del cubo y la pala (Kaplan)

Momento hidráulico.- La reacción del agua sobre las palas de la rueda provoca en cada una de ellas un esfuerzo dR que a su vez se puede descomponer en otros dos, Fig VIII.9, dF_x y

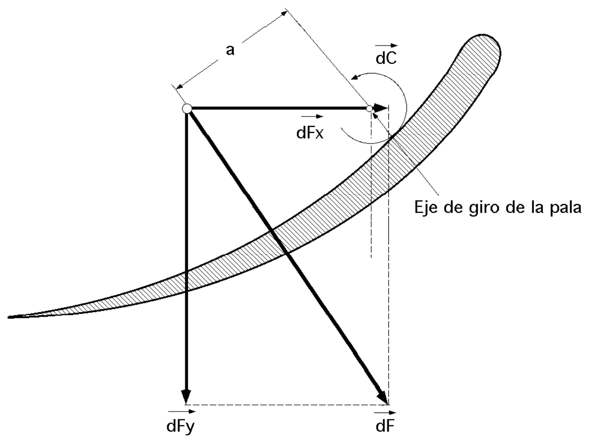


Fig VIII.9.- Reacción del agua sobre las palas

dF_y la posición de dR, es decir, su brazo de palanca a, con relación al eje de la articulación elegido O, no se puede determinar más que a partir de un estudio teórico o experimental del movimiento del agua, capaz de crear presiones en todos los puntos del álabe.

El momento hidráulico ($dC = a\ dR$) varía con la posición de las palas y es imposible situar el eje de la articulación en un punto en que para cualquier posición del álabe este momento sea nulo, lo cual implica el que en una posición determinada de la pala, ésta tenga tendencia hacia la apertura o hacia el cierre; en la mayoría de los casos el eje está situado de forma que tienda a reducirse el par de maniobra todo lo que sea posible.

En algunos casos, el eje del álabe se sitúa de forma que exista una tendencia al cierre, lo que constituye una medida de seguridad contra el embalamiento, ante la eventualidad de un fallo en el mecanismo de regulación.

El servomotor se tiene que calcular para vencer el par hidráulico maximal de la pala, teniendo también en cuenta los efectos de rozamiento de los diversos mecanismos que conforman el sistema de regulación.

VIII.4.- TEORÍA AERODINÁMICA DE LAS TURBOMAQUINAS AXIALES

Si se considera una sección cilíndrica del rodete, coaxial, de radio R, desarrollada sobre un plano (x,y), de forma que sobre el mismo se encuentren las trayectorias relativas al fluido y las secciones de las palas formando lo que se conoce como persiana, parrilla o enrejado de álabes, de paso ***t*** y cuerda ***l***, se puede obtener una solución aproximada del problema considerando un movimiento plano y permanente a través de dicha persiana, Fig VIII.10. El contorno (ABCDA) se puede suponer formado por dos líneas de corriente (CD) y (AB) deducidas la una de la otra mediante la traslación ***t*** igual al paso tangencial de la persiana. ***Los caudales que atraviesan esta sección cilíndrica desarrollada sobre el plano***, son:

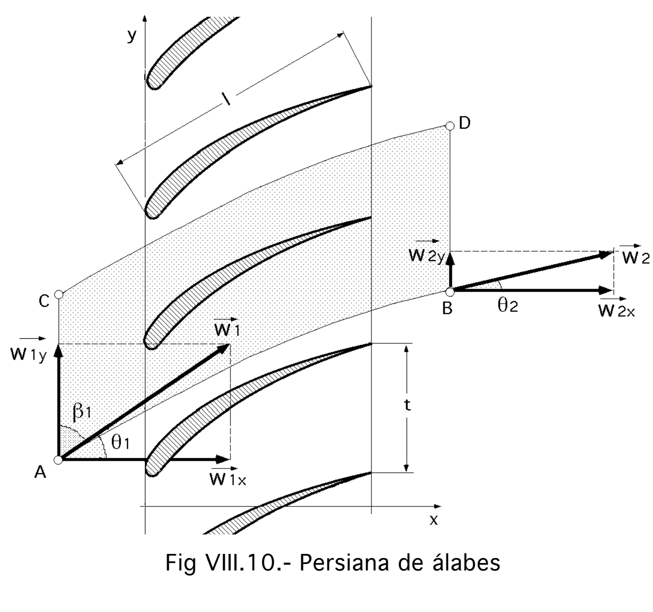


Fig VIII.10.- Persiana de álabes

a) A través de (AB) y (CD), nulos.

b) A través de (AC) y (BD) tienen que ser iguales, por la ecuación de continuidad; ésto implica que $w_{1x} = w_{1m}$ y $w_{2x} = w_{2m}$, normales a la dirección de $\vec{u}$, por lo que las componentes meridianas de la velocidad relativa a la entrada y salida, tienen que ser iguales:

$$w_{1x} = w_{2x} \quad ; \quad w_{1m} = w_{2m}$$

La circulación Γ es igual a la suma algebraica de las intensidades de todos los torbellinos que existan en la región interior a la curva cerrada (ABCDA); la circulación Γ a lo largo de (ABCDA), o lo que es lo mismo, la circulación alrededor de un álabe, al ser la misma a lo largo de (AB) y (DC) es:

$$\Gamma = t\,(w_{2y} - w_{1y}) = t\,(w_{2n} - w_{1n})$$

Las componentes de la resultante $\vec{F}$ de las fuerzas que actúan sobre el álabe, en las direcciones (x, y), son la fuerza axial F_x (paralela al eje de giro) y la fuerza de par F_y (en un plano normal al eje de giro):

Sobre el eje Ox se tiene la fuerza axial:

$$F_x = t\,(p_1 - p_2)$$

en la que ***t (paso),*** es la sección de entrada del agua entre dos álabes por unidad de altura del álabe, y p_1 y p_2 las presiones del fluido aguas arriba y aguas abajo del rodete, es decir, a la entrada y a la salida de los álabes.

Si se considera que el fluido es perfecto e incompresible, el Teorema de Bernoulli proporciona:

$$p_1 + \rho\,\frac{w_1^2}{2} = p_2 + \rho\,\frac{w_2^2}{2} \quad ; \quad p_1 + \rho\,\frac{w_{1x}^2 + w_{1y}^2}{2} = p_2 + \rho\,\frac{w_{2x}^2 + w_{2y}^2}{2}$$

$$p_1 - p_2 = \rho\,\left(\frac{w_{2x}^2 + w_{2y}^2}{2} - \frac{w_{1x}^2 + w_{1y}^2}{2}\right) = \left|\, w_{1x} = w_{2x} \,\right| = \rho\,\frac{w_{2y}^2 - w_{1y}^2}{2} = \rho\,\frac{\Gamma}{t}\,\frac{w_{2y} + w_{1y}}{2}$$

valor que sustituido en F_x proporciona:

$$F_x = \rho\,\frac{\Gamma}{t}\,(w_{2y} + w_{1y}) = \rho\,\frac{\Gamma}{t}\,(w_{2n} + w_{1n})$$

Sobre el eje Oy se obtiene la fuerza de par (radial); aplicando el Teorema de la Cantidad de Movimiento:

$$F_y = \rho\,\Gamma\,w_{1x}\,(w_{1y} - w_{2y}) = -\,\rho\,w_{1x}\,\Gamma = \left|\begin{array}{l} w_{1x} = w_{2x} \\ w_{1x} = \dfrac{w_{1x} + w_{2x}}{2} \end{array}\right| = -\,\rho\,\frac{w_{1x} + w_{2x}}{2}\,\Gamma = -\,\rho\,\frac{w_{1m} + w_{2m}}{2}\,\Gamma$$

La fuerza resultante F es perpendicular a la cuerda; la velocidad relativa media del agua $\vec{w}_m$ a su paso por los álabes es, Figs VIII.11.12:

$$F = \rho\,w_m\,|\Gamma| \;,\quad \text{con: } \vec{w}_m = \frac{\vec{w}_1 + \vec{w}_2}{2}$$

Si el paso ***t*** aumenta indefinidamente, la circulación Γ permanece constante y la diferencia de velocidades $(w_{2y} - w_{1y})$ tiende a cero, pero los resultados subsisten, obteniéndose la formulación de Kutta-Joukowski, en la que w_m se reemplaza por la velocidad w_∞, velocidad sin perturbar:

$$F = \rho\,w_\infty\,|\Gamma|$$

Para el caso de un fluido real, hay que tener en cuenta las pérdidas de energía experimentadas por el fluido al atravesar la persiana de álabes; dicha persiana viene determinada, geométricamente, por:

a) La forma del perfil del álabe

b) El paso relativo, $\dfrac{t}{l} = \dfrac{\text{Sección de entrada}}{\text{Longitud de la cuerda}}$

c) La inclinación θ que es el ángulo que forma la velocidad relativa $\vec{w}_m$ con el eje de giro definido por la dirección *x*

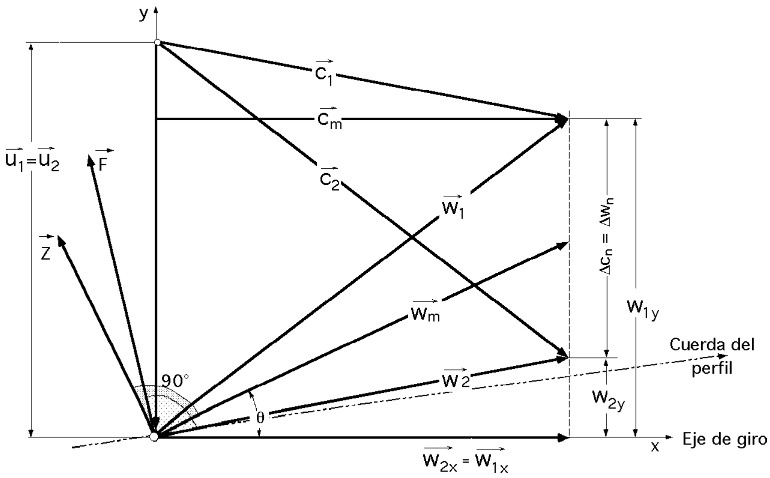


Fig VIII.12

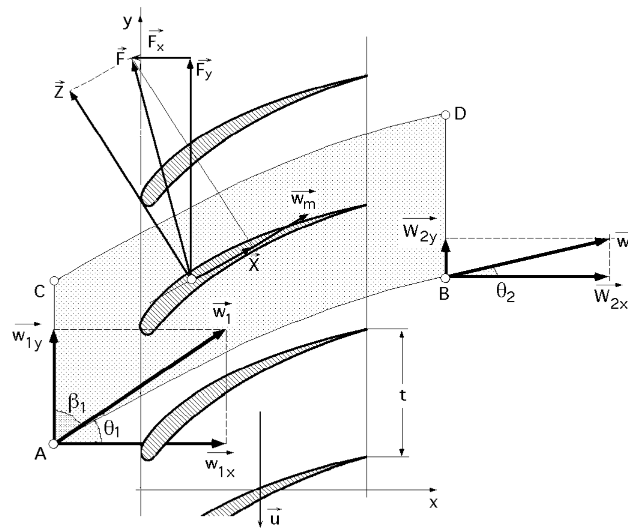


Fig VIII.13.- Fuerza de sustentación Z y de arrastre X

La acción de la corriente fluida sobre el perfil viene representada por la fuerza F por unidad de longitud del álabe ***l*** que se puede descomponer en una componente Z perpendicular a w_m, fuerza de sustentación y una componente X paralela a w_n, fuerza de arrastre, Fig VIII.13.

Las velocidades periféricas a la entrada y a la salida $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ son iguales.

La componente X de la resultante F es la ***fuerza de arrastre*** de la forma:

$$X = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wx}\,l\,w_m^2 = \left|\,c_m = w_m \cos\theta\,\right| = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wx}\,l\,\frac{c_m^2}{\cos^2\theta}$$

La componente Z es la ***fuerza de sustentación:***

$$Z = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wz}\,l\,w_m^2 = \left|\,c_m = w_m \cos\theta\,\right| = \frac{1}{2}\,\rho\,C_{wz}\,l\,\frac{c_m^2}{\cos^2\theta}$$

en las que C_{wx} y C_{wz} son los coeficientes de arrastre y sustentación, respectivamente.

Los valores de $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$ componentes de $\vec{F}$ en las direcciones (x,y), son:

Fuerza axial:

$$F_x = X \cos\theta - Z \operatorname{sen}\theta = (p_1 - p_2)\, t$$

Fuerza radial o fuerza de par:

$$F_y = X \operatorname{sen}\theta + Z \cos\theta = \rho\, c_m\, t\,(w_1 \operatorname{sen}\theta_1 - w_2 \operatorname{sen}\theta_2) = -\rho\, c_m\, t\, \Delta w_n$$

o también:

$$F_y = \frac{1}{2} C_{wx}\, l\, \frac{c_m^2}{\cos^2\theta} \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2} C_{wz}\, l\, \frac{c_m^2}{\cos^2\theta} \cos\theta = \left| \begin{matrix} \dfrac{C_{wx}}{C_{wz}} = \operatorname{tg}\varepsilon \\ c_m = w_m \cos\theta \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{1}{2} C_{wz}\, l \operatorname{tg}\varepsilon\, \frac{c_m}{\cos^2\theta} \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2} C_{wz}\, l\, \frac{c_m}{\cos\theta}$$

La esbeltez aerodinámica del perfil viene caracterizada por el valor de cotg ε; para los álabes normalmente empleados, cotg θ varía entre 10 y 80, por lo que en primera aproximación se puede despreciar el valor de tg ε obteniéndose:

$$\frac{\Delta w_n}{w_m} = C_{wz}\, \frac{l}{2\, t}$$

que es la ecuación fundamental de la Teoría de persianas de álabes y de la que se puede obtener el coeficiente de empuje ascensional C_{wz}. La pérdida de energía h_r que experimenta el fluido al atravesar la persiana de álabes se obtiene teniendo en cuenta que, la energía perdida es igual al trabajo de las fuerzas de rozamiento, de la forma $(w_m X)$, es decir:

$$\gamma\, w_m\, t\, h_r \cos\theta = w_m X \quad ; \quad h_r = \frac{X}{\gamma\, t \cos\theta}$$

En general es preciso modificar estos valores mediante unos coeficientes de corrección, ya que al no considerar un solo álabe, sino varios, se produce una interacción. Estas modificaciones son pequeñas cuando $(t/l > 3)$, pero en caso contrario hay que introducir unos factores de corrección de los valores de C_{wx} y C_{wz}.

VIII.5.- PARÁMETROS DE DISEÑO DEL RODETE KAPLAN

Relación de diámetros.- Los diámetros nominales, exterior D_e de las palas e interior (cubo) D_i, cuya relación $\nu = \dfrac{D_i}{D_e}$, debe cumplir los valores de ν comprendidos en el intervalo $0{,}38 < \nu < 0{,}63$

Solidez y número de palas .- La solidez de la persiana de álabes oscila entre los siguientes valores:

$$\left(\frac{l}{t}\right)_e = 1 \div 0{,}7 \quad ; \quad \left(\frac{l}{t}\right)_i = 1{,}8 \div 3$$

El número de palas es: $Z = \dfrac{\pi D_e}{t}$

Triángulos de velocidades.- Los triángulos de velocidades para la turbina Kaplan son los indicados en las Fig VIII.14a.b, en los que θ es el ángulo que forma $\vec{w}_m$ con la dirección del eje de giro de la turbina.

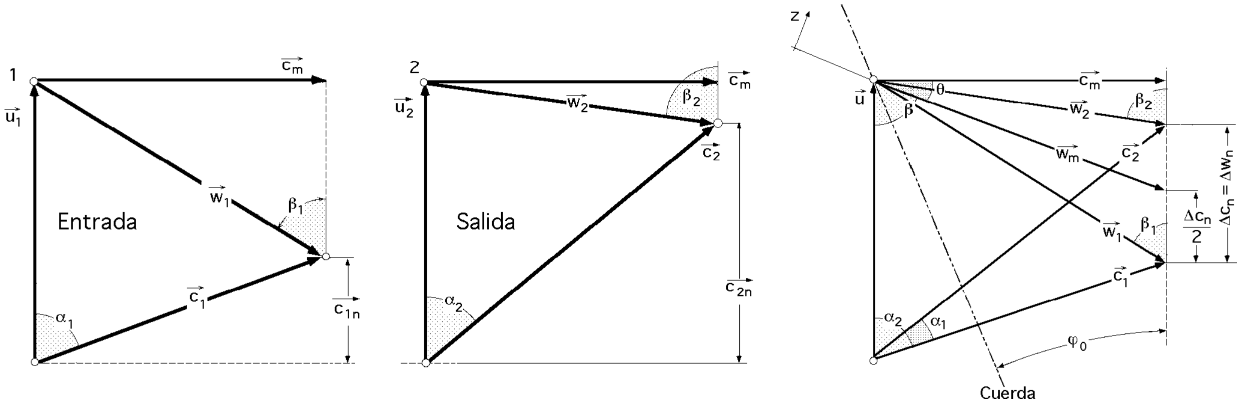


Fig VIII.14a.b.- Triángulos de velocidades a la entrada y a la salida

Rendimiento hidráulico.- El rendimiento hidráulico para cualquier turbomáquina es de la forma:

$$\eta_m = \frac{u\,\Delta c_n}{g\,H_n} = \frac{H_n}{H_n + h_r} = \left| \begin{array}{l} H_n = \dfrac{u}{g}\,(c_{1n} - c_{2n}) = \dfrac{u}{g}\,(c_1 \cos\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2) \\ \Delta c_n = c_{1n} - c_{2n} \\ h_r = \dfrac{X}{\gamma\, t \cos\theta} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\rho\, C_{wx}\, l\, w_m^2}{\gamma\, t \cos\theta} = \dfrac{1}{2\,g}\,\dfrac{C_{wx}\, l}{t}\,\dfrac{w_m^2}{\cos\theta} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{\dfrac{u}{g}\,(c_{1n} - c_{2n})}{\dfrac{u}{g}\,(c_{1n} - c_{2n}) + \dfrac{1}{2\,g}\,\dfrac{C_{wx}\, l}{t}\,\dfrac{w_m^2}{\cos\theta}} = \frac{1}{1 + \dfrac{C_{wx}\, l}{2\,t}\,\dfrac{w_m^2}{\Delta w_n}\,\dfrac{1}{u\cos\theta}} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \dfrac{2\,t}{l}\,\dfrac{\Delta w_n}{w_n} = -\,C_{wz}\,(\mathrm{tg}\,\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\theta + 1) \\ \dfrac{1}{2\,t\,\Delta w_n} = \dfrac{1}{c_{wz}\, w_n\,(\mathrm{tg}\,\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\theta + 1)} \end{array} \right| = \frac{1}{1 + \dfrac{C_{wx}\, w_m^2}{c_{wz}\, w_n\,(\mathrm{tg}\,\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\theta + 1)\,u\cos\theta}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \dfrac{\mathrm{tg}\,\varepsilon\, w_m}{(\mathrm{tg}\,\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\theta + 1)\,u\cos\theta}} = \frac{1}{1 + \dfrac{\mathrm{sen}\,\varepsilon\, w_m}{(\cos\varepsilon\cos\theta + \mathrm{sen}\,\varepsilon\,\mathrm{sen}\,\theta)\,u}} = \frac{1}{1 + \dfrac{\mathrm{sen}\,\varepsilon\, w_m}{\cos(\theta - \varepsilon)\,u}}$$

Ángulo de ataque α.**.-** Si llamamos ϕ_0 el ángulo de inclinación de los álabes, (ángulo que forma la cuerda del perfil con la dirección $\vec{u}$), el valor del ángulo de ataque α, que es el ángulo que forma la cuerda del perfil con la velocidad media del agua $\vec{w}_m$, (relativa o aparente) , es:

$$\alpha = \beta - \phi_0 = \varepsilon$$

Haciendo:

$$C_{wz} = \frac{2\,t\,\Delta w_n}{l\,w_n} = 2\,\pi\,k\,\mathrm{sen}\,\alpha = 2\,\pi\,k\,\mathrm{sen}(\beta - \phi_0)$$

en la que ***k*** es un coeficiente corrector que viene dado en la Fig VIII.15 y que hay que introducir al considerar que el álabe no está aislado, determinándose su valor de forma experimental en función de la relación (t/l). Por lo tanto:

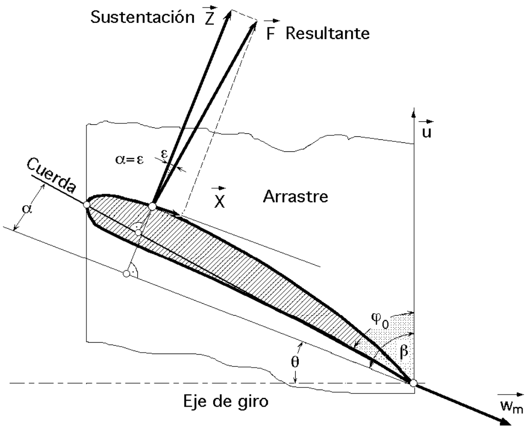


Fig VIII.15.- Ángulo de ataque α

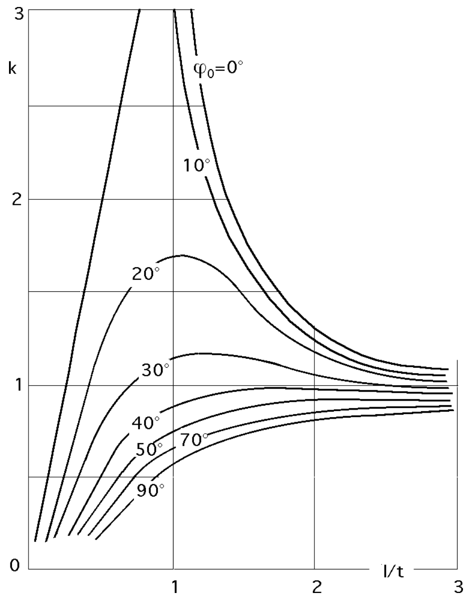


Fig VIII.16.- Factor de corrección k del coeficiente Cw_z

$$\frac{t}{l}\,\frac{l}{\pi}\,\frac{\Delta w_n}{w_m} = \left|\begin{array}{l} c_m = w_m \cos\theta = w_m \operatorname{sen}\beta \;\;;\;\; w_m = \dfrac{c_m}{\operatorname{sen}\beta} \\ \Delta w_n = \Delta c_n = c_{1n} - c_{2n} = c_m\,(\operatorname{cotg}\beta_1 - \operatorname{cotg}\beta_2) \end{array}\right| =$$

$$= \frac{t}{l}\,\frac{l}{\pi}\,\frac{c_m\,(\operatorname{cotg}\beta_1 - \operatorname{cotg}\beta_2)}{c_m}\operatorname{sen}\beta = K\operatorname{sen}(\beta - \phi_0)$$

$$\operatorname{cotg}\beta_1 = \operatorname{cotg}\beta_2 + \frac{K\,l\,\pi}{t}\,\frac{\operatorname{sen}(\beta - \phi_0)}{\operatorname{sen}\beta} = \operatorname{cotg}\beta_2 + \frac{K\,l\,\pi}{t}\operatorname{sen}\phi_0\,(\operatorname{cotg}\phi_0 - \operatorname{cotg}\beta) =$$

$$= \left|\operatorname{cotg}\beta = \frac{\operatorname{cotg}\beta_1 + \operatorname{cotg}\beta_2}{2}\right| = \operatorname{cotg}\beta_2 + \frac{K\,l\,\pi}{t}\operatorname{sen}\phi_0\,\left(\operatorname{cotg}\phi_0 - \frac{\operatorname{cotg}\beta_1 + \operatorname{cotg}\beta_2}{2}\right)$$

$$\operatorname{cotg}\beta_1\left(1 + \frac{K\,l\,\pi}{2\,t}\operatorname{sen}\phi_0\right) = \operatorname{cotg}\beta_2\left(1 - \frac{K\,l\,\pi}{2\,t}\operatorname{sen}\phi_0\right) + \frac{K\,l\,\pi}{t}\cos\phi_0$$

El valor: $\dfrac{K\,l\,\pi}{2\,t}\operatorname{sen}\phi_0 = \delta$, es una constante para cada enrejado de álabes, por lo que:

$$\operatorname{cotg}\beta_1(1 + \delta) = \operatorname{cotg}\beta_2(1 - \delta) + 2\,\delta\operatorname{cotg}\phi_0$$

$$\operatorname{cotg}\beta_1 = \operatorname{cotg}\beta_2\,\frac{1 - \delta}{1 + \delta} + \frac{2\,\delta}{1 + \delta}\operatorname{cotg}\phi_0$$

a partir de los cuales se puede hallar el valor del ángulo de ataque: $\alpha = \beta_1 - \phi_0$

VIII.6.- CAUDAL

El flujo a nivel de distribuidor, en una turbina Kaplan, se presenta radial, mientras que pasa a ser axial al alcanzar el rodete. En la Bulbo el flujo es siempre axial. La zona de acción del rodete que permite pivotar a los álabes se encuentra comprendida, para las turbinas hélice, entre dos superficies cilíndricas coaxiales, y para las Kaplan, entre dos superficies esféricas concéntricas.

En el supuesto de considerar la cámara del rodete cilíndrica, el valor del caudal es:

$$Q = \frac{\pi (D_e^2 - D_i^2)}{4} c_m = \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \frac{D_i^2}{D_e^2}) c_m = \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \nu^2) c_m$$

$$\Delta c_n = \Delta w_n = c_m (\cot\beta_1 - \cot\beta_2) = c_m (\frac{1-\delta}{1+\delta} \cot\beta_2 + \frac{2\delta}{1+\delta} \cot\phi_0 - \cot\beta_2) =$$

$$= c_m (\frac{-2\delta}{1+\delta} \cot\beta_2 + \frac{2\delta}{1+\delta} \cot\phi_0) = \frac{2\delta}{1+\delta} c_m (\cot\phi_0 - \cot\beta_2) =$$

$$= \left| \begin{array}{l} w_2 \operatorname{sen}\beta_2 = c_2 \operatorname{sen}\alpha_2 = c_m \\ w_2 \cos\beta_2 = c_2 \cos\alpha_2 = u \\ w_2 \operatorname{sen}\beta_2 \cot\beta_2 + c_2 \operatorname{sen}\alpha_2 \cot\alpha_2 = u \\ c_m \cot\beta_2 + c_m \cot\alpha_2 = u \end{array} \right| = \frac{2\delta}{1+\delta} \{c_m (\cot\phi_0 + \cot\alpha_2) - u\} =$$

$$= \left| \eta_{man} = \frac{u\,\Delta c_n}{g H_n} \right| = \frac{\eta_{man}\, g H_n}{u} \qquad c_m = \frac{\frac{\eta_{man}\, g H_n}{u} \frac{1+\delta}{2\delta} + u}{\cot\phi_0 + \cot\alpha_2}$$

por lo que la expresión del caudal es:

$$Q = \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \nu^2) c_m = \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \nu^2) \frac{\frac{\eta_{man}\, g H_n}{u} \frac{1+\delta}{2\delta} + u}{\cot\phi_0 + \cot\alpha_2} =$$

$$= \frac{\pi D_e^2}{4} (1 - \nu^2) \frac{\frac{\eta_{man}\, g H_n}{\pi n D_e} \frac{1+\delta}{2\delta} + \frac{\pi n D_e}{60}}{\cot\phi_0 + \cot\alpha_2}$$

En variables reducidas:

$$Q_{11} = \frac{Q}{D_e^2 \sqrt{H_n}} \quad ; \quad n_{11} = \frac{n D_e}{\sqrt{H_n}} \qquad Q_{11} = \frac{\pi}{4} (1 - \nu^2) \frac{60 \frac{\eta_{man}\, g}{\pi n_{11}} \frac{1+\delta}{2\delta} + \frac{\pi n_{11}}{60}}{\cot\phi_0 + \cot\alpha_2}$$

ecuación que concuerda muy bien con los datos experimentales y expresa que el caudal de las turbinas Kaplan aumenta con:

*a) El grado de apertura **x** del distribuidor*

b) El aumento del ángulo φ_0 girado por los álabes móviles

c) La disminución de la solidez del enrejado de álabes $\frac{l}{t}$, es decir, con la disminución de δ

d) El aumento del rendimiento hidráulico

En las turbinas lentas, en las que el enrejado tiene una solidez elevada, (δ es grande), el caudal aumenta a partir de un cierto número de revoluciones n_{11}, aunque en la práctica es para todo el régimen de funcionamiento de la turbina; en las turbinas rápidas, al ser el número de álabes menor, es decir, ***d*** más pequeño, al aumentar el número de revoluciones el caudal disminuye.

La expresión del caudal para ($\alpha_2 = 90°$) queda en la forma:

$$Q_{11(c_{2n}=0)} = \frac{\pi}{4} \frac{1-\nu^2}{\cot\phi_0} (60 \frac{\eta_{hid}\, g}{\pi n_{11}} \frac{1+\delta}{2\delta} + \frac{\pi n_{11}}{60}) = \left| \frac{\pi n_{11}}{60} >> 60 \frac{\eta_{hid}\, g}{\pi n_{11}} \frac{1+\delta}{2\delta} \right| =$$

$$= \frac{\pi}{4} \frac{1 - \nu^2}{\cot g\, \phi_0} \frac{\pi n_{11}}{60}$$

que aumenta al disminuir la solidez del enrejado; al aumentar la inclinación del álabe ϕ_0 permaneciendo constantes el resto de las condiciones, $Q_{11} > Q_{11(c_{2n})} = 0$, la circulación es positiva.

VIII.7.- EXPRESIÓN DEL PAR MOTOR EN FUNCIÓN DE LA CIRCULACIÓN

Sobre cada elemento del perfil de una turbomáquina, situado a una distancia ***r*** del eje de la misma, actúa una fuerza elemental que se puede descomponer en dos direcciones, de las que una, la fuerza axial F_x es paralela al eje de giro, y que por lo tanto no produce ningún momento con relación a dicho eje; la otra componente, fuerza de par F_y, está situada en un plano normal al eje de giro, y es la que proporciona el par motor. Sobre un elemento de pala de espesor dr actúa una fuerza dF_y en el mismo sentido que la velocidad ***u***; el momento C de esta fuerza sobre el álabe en la sección infinitesimal dr comprendida entre ***r*** y ***(r + dr)*** es:

$$dC = r\, \Gamma\, c_m\, r\, dr$$

Si *z* es el número de álabes, el momento total es:

$$C = z\, \rho \int_{r_i}^{r_e} r\, \Gamma(r)\, c_m dr = \left| dQ = 2\pi r\, dr\, c_m \right| = \frac{\rho z}{2\pi} \int_0^Q \Gamma(r)\, dQ$$

siendo r_i el radio del cubo y r_e el radio exterior de la pala.

Al suponer fluido ideal y flujo irrotacional, la circulación a cada distancia r será la misma, por lo que:

$$C = \frac{\rho z \Gamma}{2\pi} \int_0^Q dQ = \frac{\rho z \Gamma Q}{2\pi} = \frac{\gamma z \Gamma Q}{2\pi g}$$

que es la expresión del momento en función de la circulación, el número de palas y el caudal.

VIII.8.- CALCULO DE LAS PERDIDAS Y DEL DIÁMETRO EXTERIOR DEL RODETE D_e

El diámetro exterior de los álabes del rodete D_e se puede calcular mediante datos experimentales y estadísticos; sin embargo, se puede hallar analíticamente un resultado óptimo haciendo que las pérdidas en el rodete y en el difusor sean mínimas.

Pérdidas en el rodete.- Las pérdidas h_r en el rodete son de la forma:

$$h_r = \left(\frac{1}{\eta_{hid}} - 1\right) H_n \text{ , cumpliéndose que: } \frac{w_2}{w_1} = \psi = \sqrt{\frac{H_n - h_r}{H_n}}$$

siendo ψ el coeficiente de reducción de velocidad debido al rozamiento originado por el paso del agua a través de los álabes de la turbina.

Teniendo en cuenta la expresión del η_{hid} anteriormente deducida con: $\theta = \frac{\pi}{2} - \beta$

$$\eta_{hid} = \frac{1}{1 + \dfrac{w_m \operatorname{sen} \varepsilon}{\cos (\theta - \varepsilon)\, u}}$$

y haciendo las aproximaciones:

$$w_m \approx u \quad ; \quad \operatorname{sen} \varepsilon \approx \varepsilon \quad ; \quad u \operatorname{sen} \beta \approx c_m \quad ; \quad \theta >> \varepsilon$$

se obtiene:

$$1 - \eta_{hid} \quad 1 - \frac{1}{1 + \dfrac{\varepsilon}{\operatorname{sen} \varepsilon}} \quad \frac{\varepsilon}{\operatorname{sen} \beta + \varepsilon} \quad \frac{\varepsilon}{\operatorname{sen} \beta} \quad \frac{\varepsilon\, u}{c_m} \qquad h_r = \frac{\varepsilon\, u\, H_n}{c_m}$$

Pérdidas en el tubo de aspiración.- Las pérdidas h_s en el tubo de aspiración son de la forma:

$$h_s = (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{2\, g}$$

Diámetro del rodete D_e.- Para un radio r cualquiera se tiene:

$$\frac{h_r + h_s}{H_n} = \frac{\varepsilon\, u}{c_m} + (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{2\, g\, H_n}$$

siendo η_d el rendimiento medio del difusor, cuyo valor entre los radios r_i y r_e es:

$$\frac{h_r + h_s}{H_n}\ _{\text{medio}} = \frac{1}{\dfrac{\pi (D_e^2 - D_i^2)}{4}} \int_{D_i/2}^{D_e/2} \left\{ \frac{\varepsilon\, u}{c_m} + (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{2\, g\, H_n} \right\} 2\, \pi\, r\, dr =$$

$$= \frac{4}{D_e^2 - D_i^2} \left[\frac{D_e^2}{2} \left\{ \frac{\varepsilon}{c_m}\, \frac{\pi\, n}{30}\, \frac{D_e}{6} + (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{4\, g\, H_n} \right\} - \frac{D_i^2}{2} \left\{ \frac{\varepsilon}{c_m}\, \frac{\pi\, n}{30}\, \frac{D_i}{6} + (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{4\, g\, H_n} \right\} \right] =$$

$$= 2\, (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{g\, H_n} + \frac{\varepsilon\, \pi\, n}{90\, c_m}\, \frac{D_e^3 - D_i^3}{D_e^2 - D_i^2} = \left| \begin{array}{l} \nu = \dfrac{D_i}{D_e} \\ c_m = \dfrac{4\, Q}{\pi\, D_e^2\, (1 - \nu^2)} \end{array} \right| =$$

$$= 2\, (1 - \eta_{dif})\, \frac{c_m^2}{g\, H_n} + \frac{\varepsilon\, \pi\, n}{90\, c_m}\, \frac{1 - \nu^3}{1 - \nu^2}\, D_e = 2\, (1 - \eta_{dif})\, \frac{16\, Q^2}{\pi^2 g\, H_n\, D_e^4\, (1 - \nu^2)^2} + \frac{\varepsilon\, \pi^2\, n\, D_e^3\, (1 - \nu^3)}{360\, Q}$$

Como el diámetro óptimo hay que obtenerlo para unas pérdidas mínimas, derivando la anterior respecto a D_e y despejando, se obtiene:

$$(1 - \eta_{dif})\, \frac{16\, Q^2}{\pi^2 g\, H_n\, (1 - \nu^2)^2} \left(- \frac{4}{D_e^5} \right) + \frac{\varepsilon\, \pi^2\, n\, D_e^2\, (1 - \nu^3)}{240\, Q} = 0$$

$$D_e = 1{,}487\, \sqrt[7]{(1 - \eta_{dif})\, \frac{Q^3}{\varepsilon\, n\, H_n\, (1 - \nu^3)\, (1 - \nu^2)^2}}$$

que es el valor del diámetro óptimo del rodete teniendo en cuenta el rendimiento medio del difusor η_d, el caudal Q, la relación entre los diámetros a la entrada y salida ν, la altura neta H_n, el número de revoluciones por minuto n, y la esbeltez del álabe.

VIII.9.- CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS KAPLAN

Sabemos que en las turbinas Kaplan existen dos órganos reguladores del caudal, los álabes del distribuidor caracterizados por el parámetro x que determina su grado de apertura, y los álabes móviles del rodete, cuya posición viene caracterizada por el ángulo ϕ_0.

Esto hace que sea posible el que la turbina funcione en un mismo punto del campo característico con rendimientos distintos; lo que se pretende es el conseguir que la turbina Kaplan funcione en cada punto con un rendimiento óptimo.

En lugar de una sola colina de rendimientos, como en las turbinas Francis o Pelton, se pueden trazar dos series distintas de colinas de rendimientos, Fig VIII.17.

REGULACIÓN DEL CAUDAL ORIENTANDO LOS ÁLABES DEL DISTRIBUIDOR, MANTENIENDO LOS DEL RODETE FIJOS.- En la primera serie se fijan los álabes del rodete en una posición determinada, ϕ_0 = Cte, y se traza una colina regulando el caudal únicamente con el distribuidor; para ángulos ϕ_0 distintos se obtienen otras tantas colinas de rendimientos.

REGULACIÓN DEL CAUDAL ORIENTANDO LOS ALABES DEL RODETE, MANTENIENDO LOS DEL DISTRIBUIDOR FIJOS.- En la segunda serie se fija la apertura x del distribuidor, y se traza una colina regulando el caudal, modificando únicamente el ángulo ϕ_0 de los álabes del rodete; para distintas aperturas del distribuidor x_1, x_2, x_3,..., etc, se obtienen otras tantas colinas.

Colina de rendimientos.- De este doblete de colinas hay una muy singular, cuyos rendimientos son los óptimos que se pueden alcanzar en el punto correspondiente del campo característico; a esta colina es a la que normalmente se conoce como colina de rendimientos de la turbina Kaplan. Para el trazado de las curvas características universales de las turbinas Kaplan, se pueden seguir varios procedimientos.

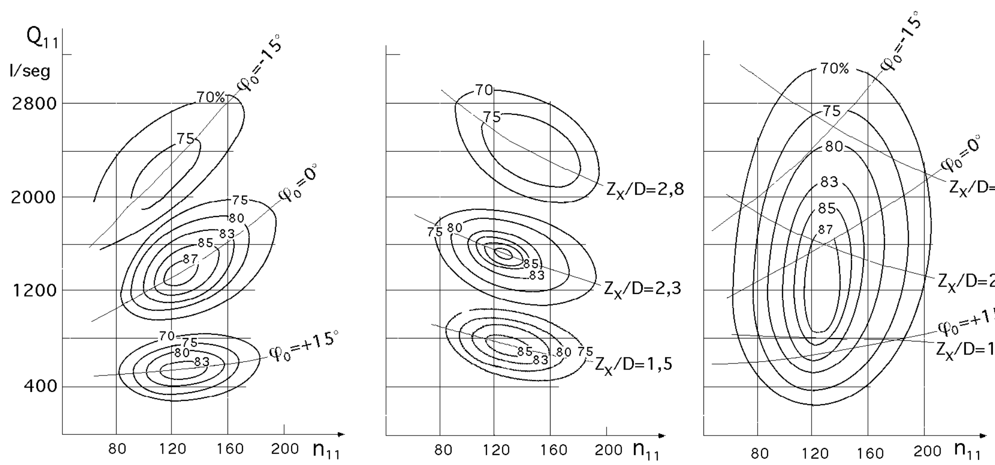


Fig VIII.17.- Trazado de la colina de una turbina Kaplan

Mediante el primero se obtienen un número conveniente de colinas de la primera serie, una colina para cada valor de x dado, regulando el caudal variando el ángulo ϕ_0 de los álabes del rodete.

Asimismo se traza un número conveniente de colinas de la segunda serie, cada una para un valor de ϕ_0 = Cte, regulándose el caudal variando la apertura x del distribuidor.

Se llevan las dos series de colinas así obtenidas a un mismo plano y se trazan las líneas de rendimiento máximo que se pueden alcanzar con una combinación adecuada de la apertura del distribuidor ***x*** y del ángulo ϕ_0 de las palas del rodete, lo cual se consigue trazando las envolventes de las isolíneas de rendimientos de las diversas colinas, tal como se muestra en la Fig VIII.18.

Según ésto, cada punto del campo característico se puede realizar con el $\eta_{(total\ máximo)}$ correspondiente a la isolínea de, η_{total} = Cte, que pasa por dicho punto, con la condición de que la apertura del distribuidor y el ángulo de los álabes del rodete sean los correspondientes a las líneas de los puntos x = Cte, ϕ_0 = Cte, que pasan por dicho punto.

Siguiendo otro procedimiento se trazan una serie de colinas de rendimientos de uno de los dos tipos descritos anteriormente, siendo preferidos los del primero porque es más fácil variar ϕ_0.

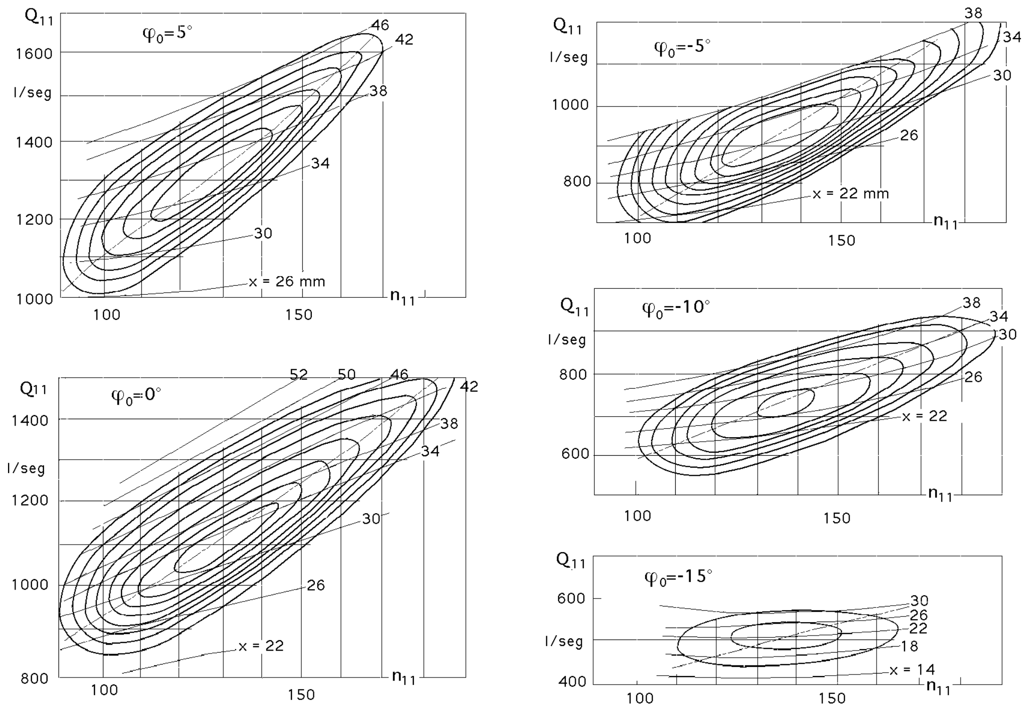


Fig VIII.18.- Colinas de rendimientos de una turbina Kaplan para cinco valores del ángulo ϕ

Se comprueba que al aumentar ϕ_0 aumenta Q_{11} mientras que el valor óptimo de n_{11} varía poco, disminuyendo para ángulos ϕ elevados, como se muestra en las colinas de rendimientos de la turbina Kaplan representada en la Fig VIII.18, obtenidas para cinco valores del ángulo ϕ_0 de posición de los álabes del rodete. Se establece la condición de situar cada punto del plano (Q_{11}, n_{11}) con el rendimiento óptimo, obteniéndose así la colina de rendimientos.

Se escoge un valor determinado de n_{11}, se traza la vertical, n_{11}= Cte, y se leen en las diferentes colinas los valores máximos del rendimiento, (caracterizadas por valores distintos de ϕ_0), y en la intersección de la vertical, n_{11} = Cte, con cuantos valores de Q_{11} se deseen, en cada caso, anotándose también el valor de ϕ_0 de la colina respectiva y el valor de ***x*** con el que se obtiene dicho rendimiento.

Para cada valor de n_{11} se obtienen l os tres tipos de curvas:

$\eta_{total} = f(Q_{11})$; $x = f(Q_{11})$; $\phi_0 = f(Q_{11})$

que se han representado en la Fig VIII.20, para un mismo valor de n_{11}, obtenidas a partir de las curvas características universales descritas anteriormente.

Para otros valores de n_{11} se trazan otras series de curvas de este tipo, y con estos datos se pueden trazar las curvas características universales de las turbinas Kaplan.

Para ello, en cada punto del plano (Q_{11}, n_{11}) se anotan tres valores de η_{tot} y x, obteniéndose el diagrama de dichas turbinas trazando las isolíneas de igual rendimiento, las isolíneas de ϕ = Cte, que son los valores del ángulo del rodete con los que se obtienen los rendimientos máximos, y las de apertura, x = Cte, como se indica en la Fig VIII.18, obteniéndose así un diagrama universal aplicable a una serie de turbinas Kaplan geométricamente semejantes a la turbina ensayada, Fig VIII.19.

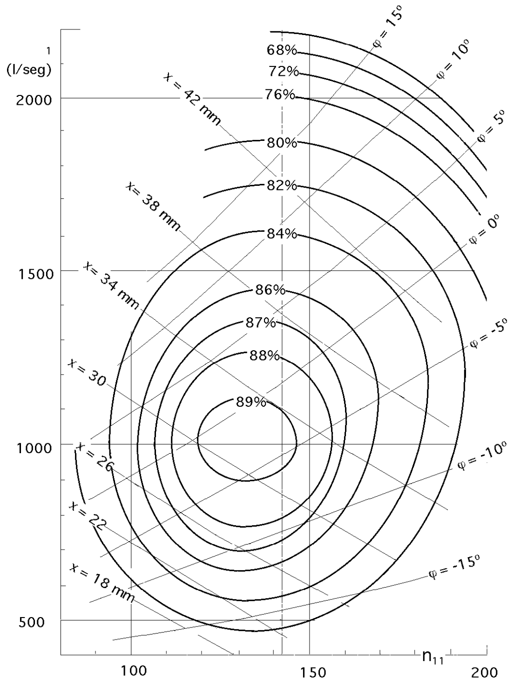


Fig VIII.19.- Curvas características universales de una turbina Kaplan

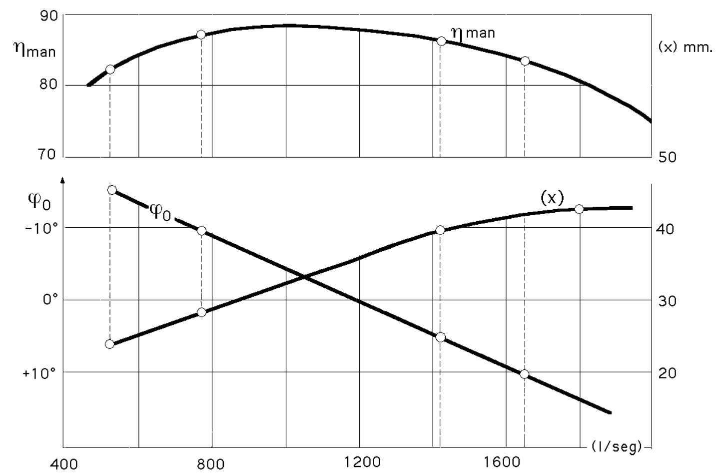


Fig VIII.20.- Curvas de η, ϕ, x, para un mismo valor de n_{11}, obtenidas a partir de datos tomados de las Fig VIII.18

La turbina Kaplan en funcionamiento se caracteriza por un número de revoluciones por minuto n, su diámetro D y altura neta H_n determinados, que a su vez proporcionan un n_{11} para dicha turbina Kaplan, siempre que H_n se mantenga constante, por cuanto:

$$n_{11} = \frac{n\,D}{\sqrt{H_n}}$$

Las características particulares de la turbina Kaplan se determinan sobre el diagrama universal, trazando la vertical que pasa por el punto n_{11} obteniéndose así los valores máximos del rendimiento, para diferentes caudales, y los valores de x y de ϕ que hay que adoptar para conseguir dichos rendimientos.

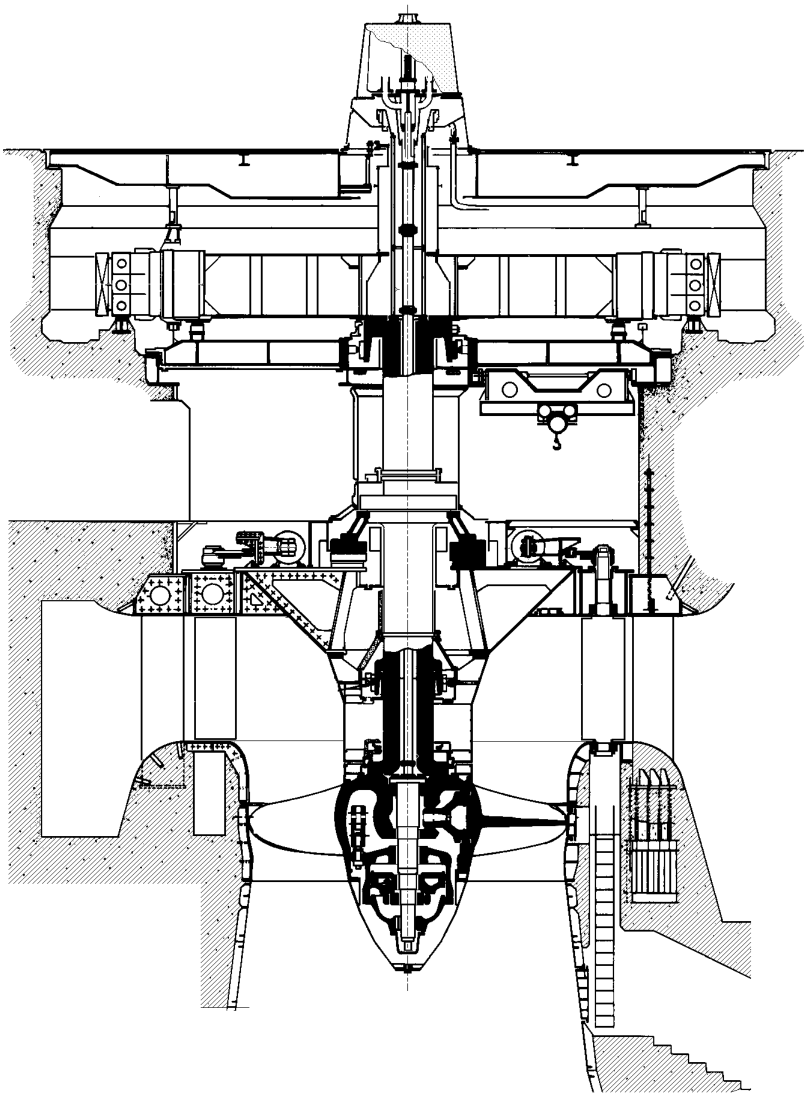


Fig VIII.21.- Turbina Kaplan de 112 MW de la Central del río Tieté

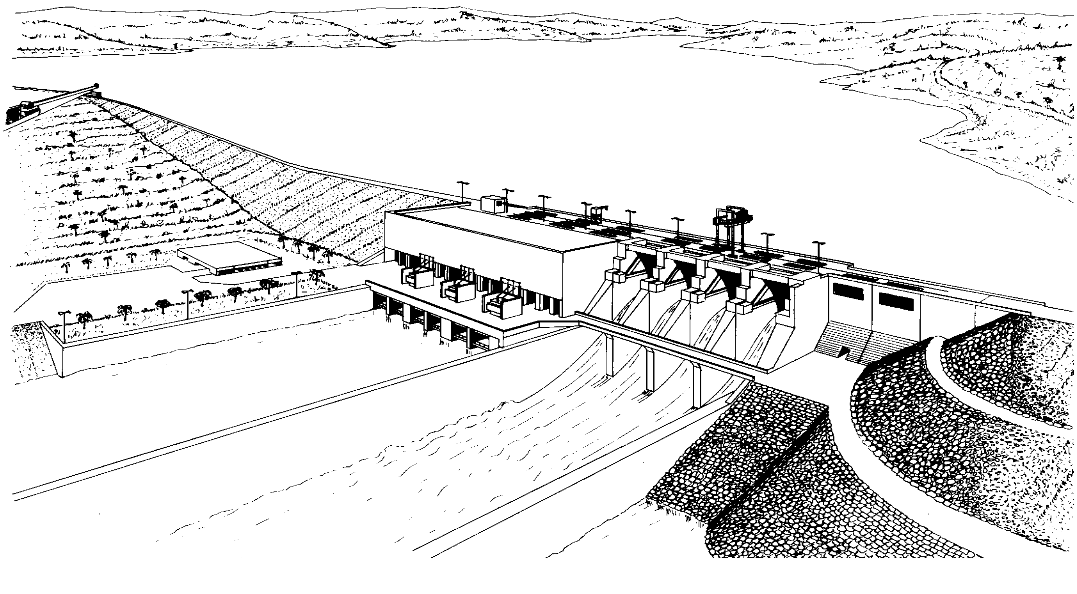


Fig VIII.22.- Central del río Tieté, afluente del Paraná, estado de Sao Paulo

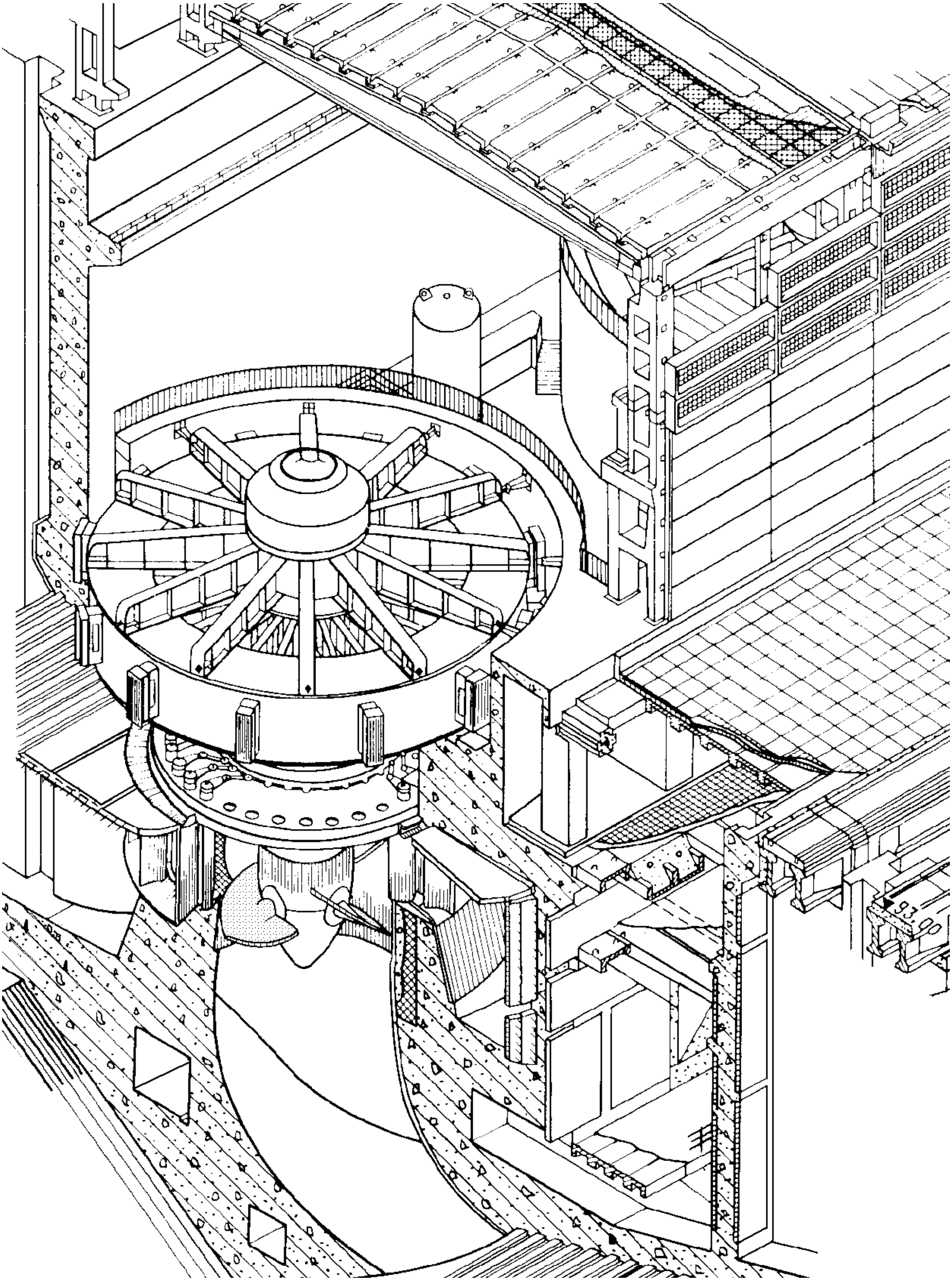


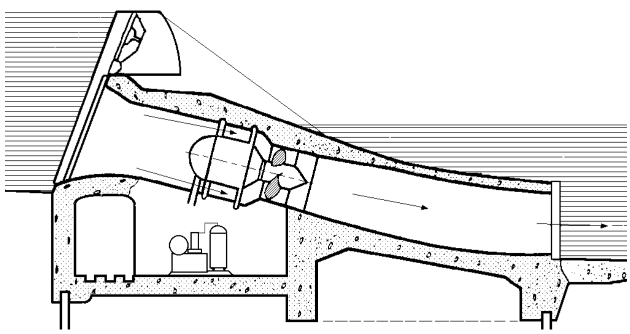
Fig VIII.23.- Disposición de turbina Kaplan

IX.- TURBINA BULBO

IX. 1.- TURBINA S UTILIZADAS EN LAS CENTRALES MAREMOTRICES

Los grupos Bulbo, como parte fundamental de las centrales maremotrices, no son más que un tipo especial de turbina hélice, capaces de aprovechar saltos de pequeño desnivel, pero de gran caudal. Estos grupos fueron concebidos en un principio para ser utilizados en cuencas fluviales de grandes caudales; posteriormente han sido empleados también por las centrales maremotrices, que como sabemos se caracterizan, por pequeñas alturas y grandes caudales.

El nacimiento oficial de estos grupos Bulbo, tiene lugar el 27 de diciembre de 1933, adquiriendo el derecho de los mismos Arno Fisher, que en 1936 inaugura los dos primeros grupos de Rostin, Fig IX.1, sobre el río Persante; la potencia de esta primera central era de 168 kW.



H = 3,75 m ; Q = 6,3 m^3/seg ; N = 195 kW ; n = 250 rpm ; Diámetro del rodete = 1,35 m

Fig IX.1.- Grupo Bulbo de Röstin 1936

La ventaja de estos grupos, en los que el agua desliza axialmente, es muy superior a los tradicionales de eje vertical.

En primer lugar, se produce una mejor distribución de velocidades del agua sobre las palas, lo que permite disminuir el diámetro de las mismas, para una misma potencia en comparación con las de eje vertical; se ha comprobado que para una caída y consumo dados se obtiene la misma potencia, por ejemplo, con una rueda de 6,10 m de diámetro en deslizamiento axial, a una velocidad de 87 rpm, que con una rueda Kaplan de 7 m girando a 71 rpm.

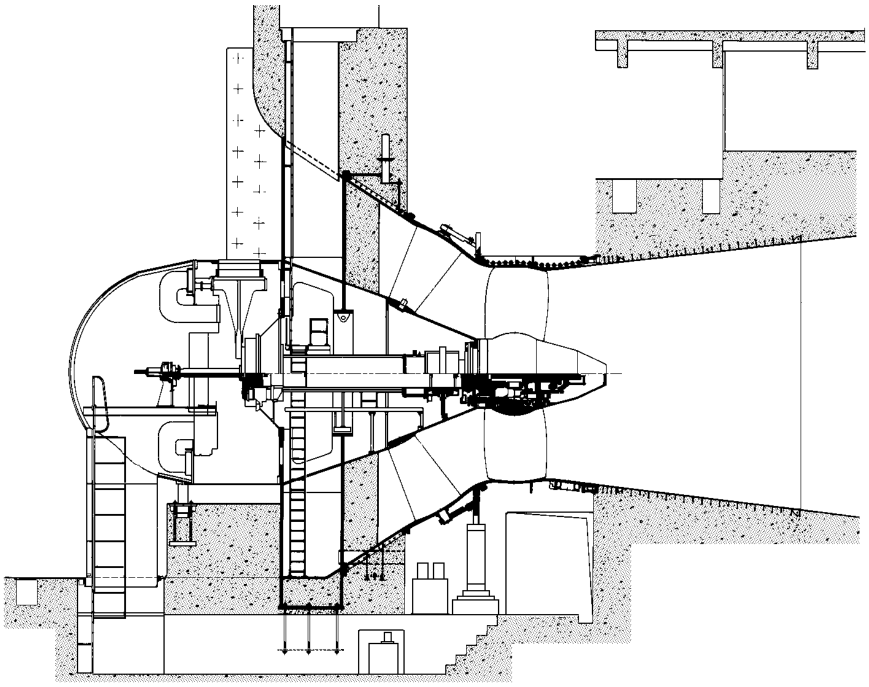


Fig IX.2.- Turbina Bulbo y tubo de aspiración

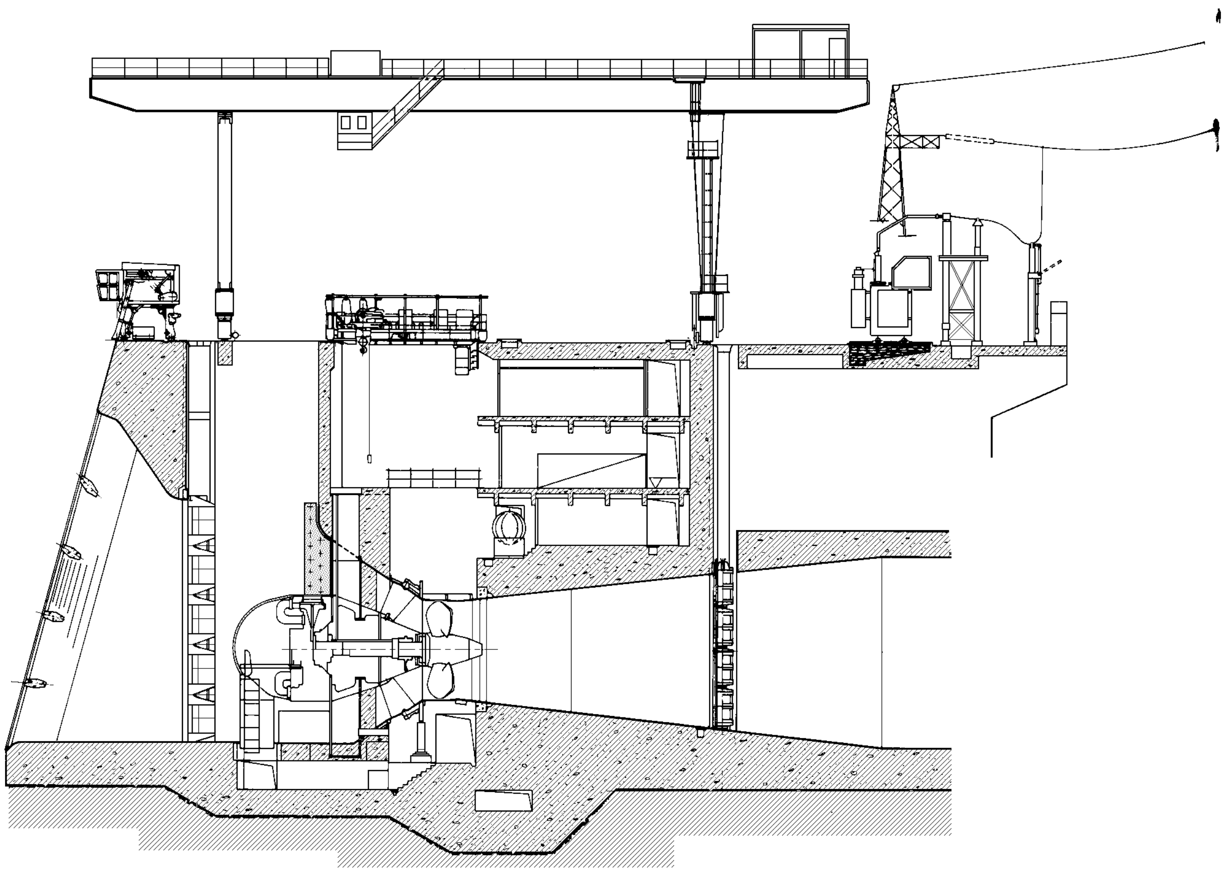


Fig IX.3.- Turbina Bulbo instalada en el dique

Otra ventaja la constituye la disminución de las pérdidas de carga, tanto a la entrada como a la salida de la turbina lo que implica una mejora del rendimiento, presentando al tiempo mejores condiciones a la cavitación, lo que origina una disminución del coste de la obra civil.

POSICIÓN DEL ALTERNADOR.- En principio, los constructores se encontraron con tres alternativas para la instalación del alternador, que podía ir colocado en el exterior del Bulbo, en su periferia o en su interior.

Grupos Bulbo con el alternador en el exterior.- La idea data de la construcción de la primera presa de Asuán en 1927, pero nunca se han conseguido grandes resultados a causa de la aparición de vibraciones.

Grupos Bulbo con el alternador en la periferia.- La idea proviene del ingeniero americano, Leroy Harza, Fig IX.4, y data de 1921; las palas hélice juegan el papel de brazos del rotor lo cual hace que cuando éstas se construyen orientables, los problemas mecánicos son insalvables. Los polos magnéticos inductores del alternador se encuentran unidos solidariamente a la periferia del rodete de la turbina y giran con él, turbinas Straflo.

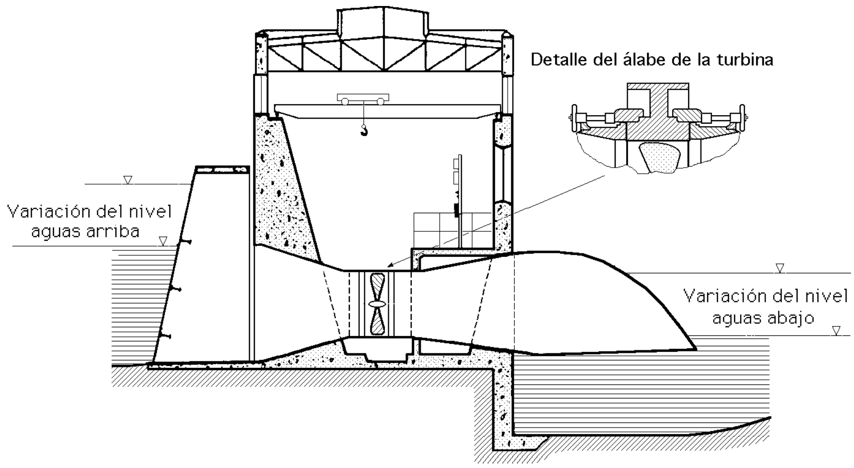


Fig IX.4a.- Grupo con alternador periférico, (Harza)

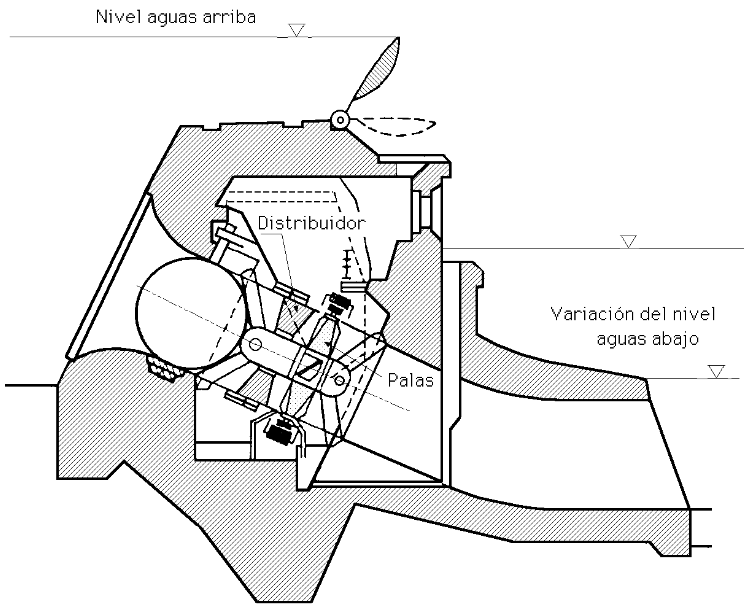
Grupos Bulbo con el alternador en el interior.- Estos Bulbos son básicamente los que se emplean actualmente y datan como hemos dicho de 1933, y aunque a priori fueron mal aceptados, acabaron imponiéndose. Al finalizar la 2ª Guerra Mundial, Francia se interesa por la adopción de grupos reversibles maremotrices y grupos para pequeños saltos.

El empleo de los grupos Bulbo en las centrales maremotrices se debe fundamentalmente a las condiciones de doble sentido tanto de funcionamiento, como a la necesidad de emplear los propios grupos Bulbo en funciones de bombeo para provocar el llenado del embalse, Fig IX.5. Este tipo de funcionamiento originó problemas en los sistemas eléctricos que implicaron una disminución del tamaño del alternador, y en el sistema de refrigeración por aceite a presión, para evacuar el calor y evitar las entradas de agua en el recinto sumergido del alternador, lo que indujo a construir un grupo único (turbina-alternador) siendo en este momento cuando nacen los auténticos grupos Bulbo de aplicación exclusiva en las centrales maremotrices, que tienen como características principales:

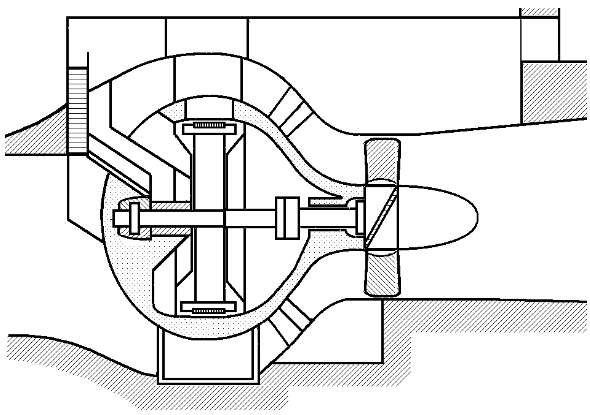
a) Paso del agua a su través, axialmente

b) Funcionamiento en los dos sentidos y posibilidad de actuar como bomba para el llenado del embalse.

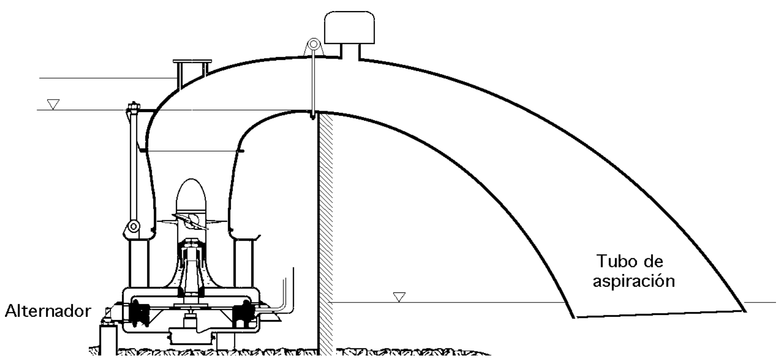
Entre otros tipos de grupos Bulbos hay que señalar aquellos que por su concepción están dedicados a aprovechar saltos pequeños con caudales relativamente pequeños; entre estos son de destacar los grupos en sifón, Fig IX.6 que se emplean para saltos de 1,5 m a 3 m con caudales del orden de 15 m^3/seg, siendo sus potencias del orden de 50 a 300 kW.



H = 9 m ; Q = 25 m^3/seg ; N = 1.75 MW ; n = 214 rpm ; Diámetro del rodete d = 2,15 metros
Fig IX.4b.- Grupo con alternador periférico de Steinbach (Baviera)



Diámetro del rodete = 8 m ; diámetro del Bulbo = 12 m
Fig IX.5.- El primer proyecto de grupo Bulbo para el Rance (1943)



H = 2,6 m ; N = 95 kW ; Q = 6 m^3/seg ; n = 214 rpm
Fig IX.6.- Sistema Bulbo con sifón-aspirador a la salida

Otro tipo lo constituyen los grupos en depósito de agua, para consumos del orden de 10 a 15 m^3/seg, aunque excepcionalmente pueden alcanzar consumos de 28 m^3/seg, siendo las alturas del salto generalmente superiores a las de sifón, Fig IX.8.

Otro modelo de características parecidas, aunque todavía de mayor caída, lo constituye los ***Bulbos en conducción***, cuya principal característica es su sencillez, pues se confunden la presa y la central en una única obra Fig IX.9.

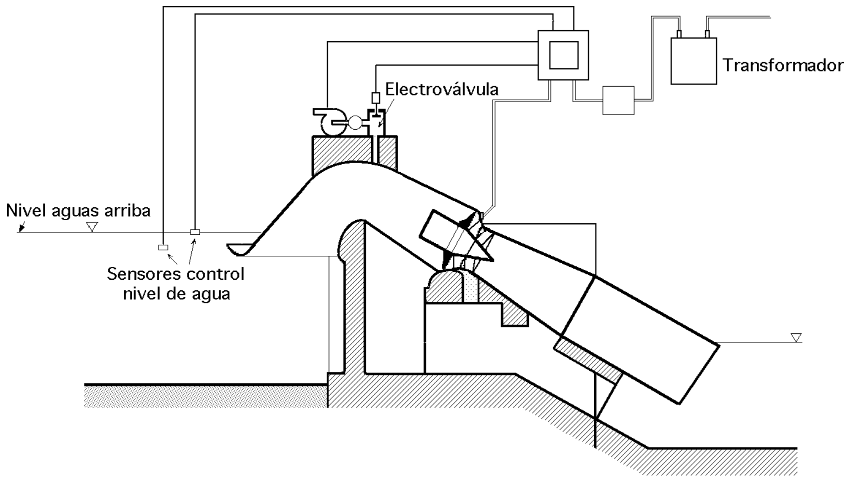
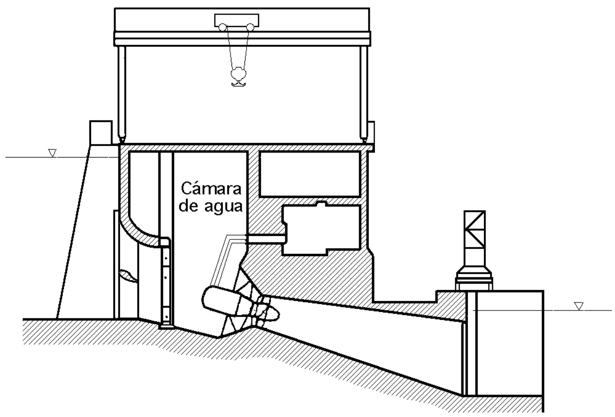
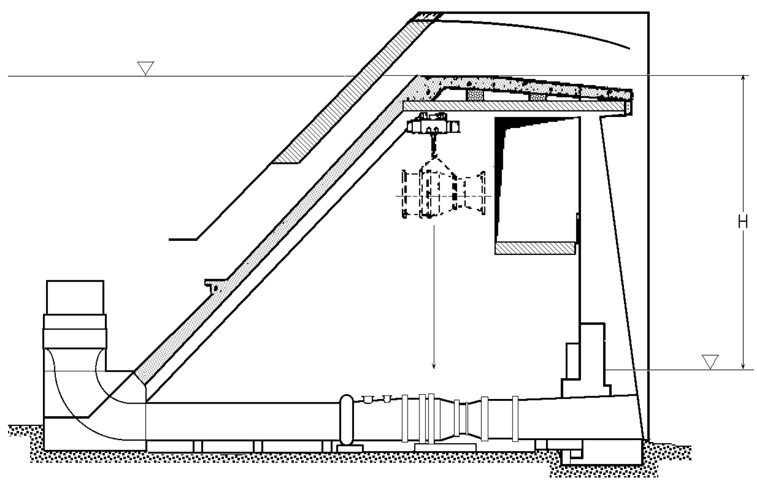


Fig IX.7.- Sistema de Bulbo con depósito de agua y sifón aguas arriba



H = 7,8 m ; Diámetro del rodete d = 1,65 m ; Q = 12,5 m^3/seg ; N = 810 kW ; n = 250 rpm
Fig IX.8.- Sistema de grupo Bulbo instalado en cámara de agua (Castet) (1954)



Q = 7,5 m^3/seg ; H = 15,5 m ; N = 0,8 MW ; n = 500 rpm ; Diámetro del rodete d = 1,12 m
Fig IX.9.- Sistema de Bulbo en conducción

Potencia del alternador.- La potencia nominal de un alternador N_{alt} en kW, viene dada por la expresión:

$$N = K_u D L n$$

en la que:

D es el diámetro del estator en metros,

L la longitud axial del circuito magnético del estator en metros

n *la velocidad de rotación en rpm*

K_u un coeficiente de utilización de la potencia.

El valor del diámetro D del estator viene impuesto por el diámetro D_e de la turbina, según la relación, $D \leq 2\ D_e$. Se observa, que al disminuir el diámetro del estator D y mantener constante la potencia, hay que aumentar la velocidad de giro, la longitud del alternador y el valor del coeficiente K_u.

La posibilidad de aumentar en los grandes grupos el número n de rpm, es difícil debido a complicaciones técnicas, alcanzándose como máximo velocidades del orden de 140 rpm.

La modificación de L viene condicionada por la ventilación axial del alternador, no pudiéndose utilizar ventilación radial debido al bajo número de rpm del rotor.

El coeficiente K_u es de la forma:

$$K_u = K B_d A$$

en la que B_d es la inducción en el entrehierro en vacío, en Teslas, A es la corriente por centímetro periférico, en Amp/cm, y K es el factor de potencia.

a) Para aumentar A es preciso aumentar la permeabilidad del medio

b) Para aumentar B_d es preciso aumentar la corriente de excitación y la densidad de corriente en las bobinas del rotor.

La ventilación de éstos alternadores se realiza mediante refrigeración axial que viene asistida por el efecto de refrigeración del fluido refrigerante (aire) con el medio exterior; para ello las carcasas exteriores del Bulbo se diseñan de forma que permitan evacuar el 30% del calor generado. El fluido refrigerante suele ser aire comprimido entre dos y tres atmósferas, consiguiéndose de esta forma una perfecta refrigeración del grupo, al tiempo que permite una presión adecuada en su interior para contrarrestar el efecto de la presión exterior que el agua ejerce sobre el grupo.

IX.5.- LOS GRUPOS BULBO; PROYECTOS Y PERSPECTIVAS

La búsqueda de turbomáquinas que funcionen como turbina y como bomba, en ambos sentidos, con conductos hidráulicos de formas simples y por lo tanto económicos, tendentes a mejorar la rentabilidad de las microcentrales y las centrales maremotrices, condujo a la puesta a punto de los grupos Bulbo; para ello se han utilizado máquinas axiales, que requieren conductos hidráulicos de formas simples y dimensiones reducidas, y que permiten un aumento de la potencia específica, y una reducción del costo de la obra civil. La primera generación de turbinas Bulbo fueron las del tipo Castet, con un diámetro de rueda inferior a 2 m; con ellos se dió un paso decisivo en el conocimiento de los numerosos problemas que se fueron presentando, tanto hidráulicos como mecánicos.

Trazado hidráulico de los grupos Bulbo.- Lo que se trata de conseguir con los grupos Bulbo es aumentar la potencia específica, mediante un aumento de la velocidad específica n_s. Los ensayos sobre la distribución de velocidades, muestran que las pérdidas de carga más importantes se producen a la entrada y a la salida, cuando las potencias específicas son elevadas.

Los conductos hidráulicos de los grupos Bulbo son menos complicadas que los de las turbinas Kaplan, y llegan a tener pérdidas relativamente poco importantes, por lo que se pueden conseguir con los grupos Bulbo mayores potencias específicas, para un salto hidráulico dado.

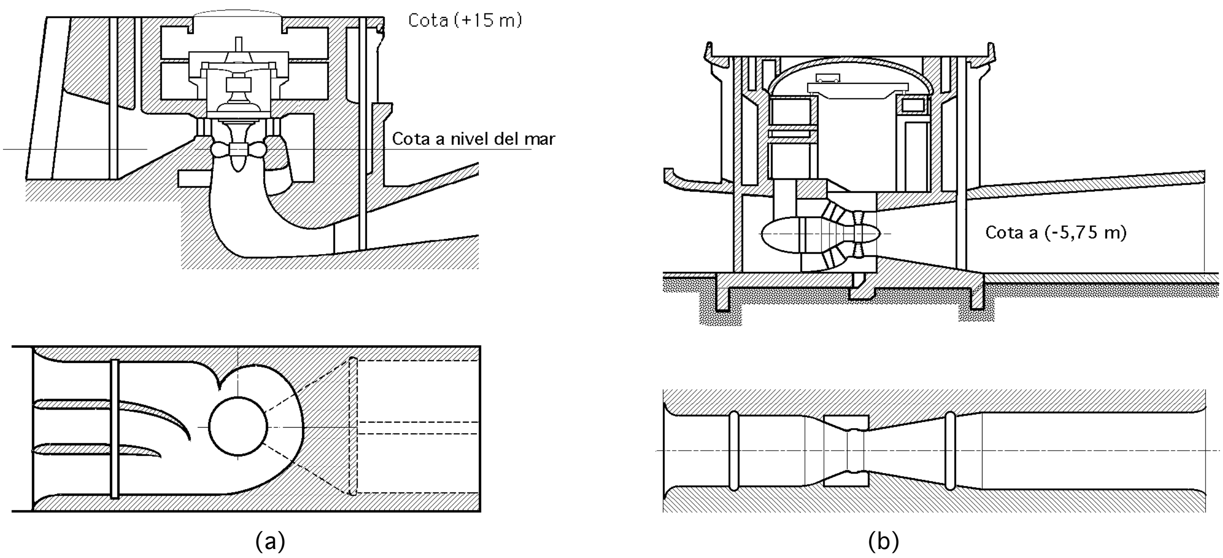


Fig IX.10.- Conductos hidráulicos requeridos por una turbina Kaplan y un grupo Bulbo

En la Fig IX.10 se comparan un grupo convencional Kaplan proyectado en principio para el Rance, con el tipo Bulbo definitivamente adoptado.

Mientras la turbina Kaplan, con 9 MW, necesitaba una longitud de dique de 20,5 metros, la turbina Bulbo, con 1 MW más, ocupaba sólo 13,3 m, pudiéndose apreciar en la citada figura que las obras requeridas para este último son también más sencillas.

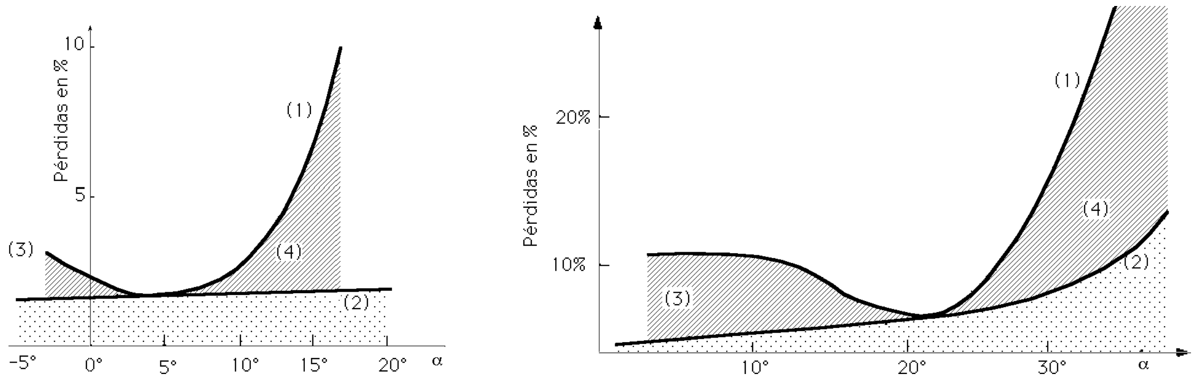
Para rendimientos iguales, los grupos Bulbo tienen un diámetro de rueda inferior al de las turbinas Kaplan de la misma potencia; para caídas más pequeñas que el salto de diseño, las potencias generadas por la turbina axial (grupos Bulbo) son superiores a las desarrolladas por las turbinas Kaplan.

El tubo de aspiración.- La energía cinética a la salida de la rueda alcanza un valor próximo a la energía total del salto, lo que muestra la importancia del tubo de aspiración en las máquinas con grandes potencias específicas.

Un deslizamiento axial uniforme a la salida de la rueda es difícil de obtener, incluso para un sólo sentido de funcionamiento; se obtendría un excelente rendimiento si se tomase la precaución de escoger un adecuado ángulo α_0 en el codo del tubo de aspiración.

Sin embargo, para éste ángulo ideal a_0 la longitud del tubo de aspiración tendería a aumentar y llegaría a alcanzar valores económicamente inaceptables, por lo que la ingeniería hidráulica se vería obligada a elegir una sección de salida igual a casi cuatro veces la sección de la rueda, lo que implicaría el riesgo de desprendimiento de la capa límite, con la consiguiente erosión del conducto.

La elección de un momento cinético residual y de una ley de reparto de velocidades tangenciales a lo largo de la sección, es difícil, pues las pérdidas en el tubo de aspiración no provienen únicamente del desprendimiento de la capa límite, sino también de corrientes de retorno en la parte central. Cuando el momento cinético a la entrada del aspirador llega a ser demasiado grande, las pérdidas por estas corrientes de retorno, crecen también muy rápidamente.



Ángulo α del eje de la turbina con el eje del tubo de aspiración

Aspirador troncocónico α_0=5° Grupo Bulbo Q_{11} = 2770 l/seg

Aspirador acodado Grupo Kaplan de eje vertical Q_{11} = 1680 l/seg

Curvas: (1) Pérdida total en el aspirador; (2) Pérdidas por rozamiento para $\Delta h = kc^2$

Zonas: (3) Pérdidas por desprendimiento de la pared; (4) Pérdidas por recirculación

Fig IX.11.- Pérdida de carga en algunos tipos de tubo de aspiración de turbinas Bulbo y Kaplan

La Fig IX.11 proporciona las pérdidas en el aspirador de un grupo Bulbo y de uno Kaplan; se han llevado en ordenadas las pérdidas y en abscisas el ángulo que forma la velocidad absoluta en el aspirador con el eje de la máquina α, observándose que las pérdidas crecen más rápidamente para valores superiores al ángulo óptimo que para valores inferiores. En suma el flujo en el tubo aspirador depende del trazado del conjunto de los conductos hidráulicos y de la rueda.

Las pérdidas en el aspirador troncocónico provienen casi únicamente de los desprendimientos de la capa límite, de las turbulencias, y de los grandes remolinos que originan tales desprendimientos.

La energía cinética a la salida del tubo aspirador de un grupo Bulbo es del orden de $(1{,}4 \div 1{,}5)$ veces la energía cinética a la salida del rodete $(c_m^2/2g)$; en un grupo Kaplan llega a ser $(3c_m^2/2g)$

La recuperación parcial de esta energía creada en el aspirador se efectúa en mejores condiciones para los grupos Bulbo que para los Kaplan, pues el campo de velocidades a la salida del aspirador es más homogéneo para las Bulbo que para éstas.

Conductos.- Las pérdidas de carga en los conductos de los grupos Bulbo y Kaplan, son comparables; sin embargo, las dimensiones de los conductos aguas arriba del distribuidor del grupo Bulbo son más pequeños que los de la Kaplan. Una limitación de las dimensiones de los conductos aguas arriba, permite disminuir la longitud de la central y alojar el conjunto del grupo entre paredes planas, verticales, y paralelas, obteniéndose así una mejora en la potencia para una longitud de central dada.

Estas disposiciones de conjunto exigen también que el diámetro del Bulbo y, por lo tanto, el del estator del alternador sea inferior al diámetro del rodete, por lo que el futuro desarrollo de estas máquinas se encuentra condicionado por la posibilidad de construir alternadores de diámetro reducido, que sería muy importante para los grupos maremotores que funcionan en los dos sentidos.

El crecimiento de las potencias específicas, conduce a grupos con diámetro de rodetes de 7,5 a 8 metros. Para no aumentar el precio de los distribuidores móviles, se han adoptado álabes directrices de formas simples; las generatrices de los nervios de éstos álabes concurren en el vértice de un cono que contiene los ejes de las directrices; este vértice constituye un centro de homotecia para los diferentes nervios, por lo que estas formas en el diseño simplifican considerablemente su construcción.

El trazado óptimo del rodete exige que las directrices posean una cierta torsión (álabes alabeados), lo que supone un aumento en el coste del distribuidor, que lo pueden hacer económicamente inaceptable. Se obtiene un reparto correcto de las velocidades c_1 a la entrada del rodete, jugando con la forma de las paredes, con la geometría del distribuidor y con la forma de los perfiles homotéticos de las directrices; hasta el presente, para los grupos Bulbo con un solo apoyo aguas arriba, la relación entre los diámetros de entrada y de la rueda es del orden de 0,8 a 0,9; si se trata de grupos de 7,5 a 8 metros de diámetro esta relación aumenta hasta 1,2 ó 1,3 para facilitar la construcción de la carcasa del alternador y su posterior montaje en varias piezas.

El aumento de la relación entre el diámetro del alternador y el de la rueda conduce a modificar el trazado hidráulico de la entrada aguas arriba y del distribuidor. Para no alargar demasiado el grupo, es preciso disminuir el ángulo en el vértice del distribuidor cónico, lo que implica un aumento de la curvatura de deslizamiento a la entrada del distribuidor.

Se pueden concebir grupos de potencia específica elevada con una relación entre el diámetro del alternador y el de la rueda del orden de 1,2 a 1,3 adoptando un ángulo medio en el vértice del distribuidor del orden de 40° a 50° pero ésto implica problemas en la alimentación de la rueda.

Cavitación.- Los grupos Bulbo entran en la categoría de turbinas alimentadas por saltos fuertemente variables por lo que las condiciones que provocan la cavitación se tienen que analizar en profundidad, así como el diseño de las zonas que son propensas a su formación y desarrollo con la reducción de la tensión, estabilidad de los deslizamientos, vibraciones, etc; por razones económicas no se puede adoptar un diseño que cumpla con todas estas premisas y garantice la máquina contra toda efecto de cavitación. Las observaciones sobre la aparición y desarrollo de la cavitación constituyen un conjunto de datos, sin los cuales no se podría realizar el trazado de las palas; pero sobre todo sirven para definir en las diferentes zonas de funcionamiento los márgenes que se pueden adoptar.

Para la determinación del diseño de los grupos Bulbo se adoptan las mismas reglas y los mismos parámetros obtenidos a partir de los resultados de explotación de las turbinas Kaplan, obteniéndose un margen de seguridad suficiente.

Potencias específicas de los grupos Bulbo.- El examen de datos estadísticos muestra que el caudal Q_{11} de una turbina unidad Bulbo alcanza los 4 m^3/seg, mientras que el de una turbina Kaplan no llega a los 2,6 m^3/seg; la velocidad en los grupos Bulbo llega a valores de n_{11}= 250 rpm y la de una Kaplan a 200 rpm. Para saltos equivalentes, la contrapresión sobre las palas de una turbina Bulbo es más elevada que sobre las de una Kaplan de la misma potencia nominal. Los límites citados se corresponden con una potencia maximal del alternador, con el límite de cavitación y con la abertura máxima del distribuidor.

Se puede hablar de una equivalencia entre el salto y el nº de rpm del rodete bulbo y el salto y el nº de rpm del rodete Kaplan. Para el ejemplo que se propone:

$$\frac{\text{Turbina Kaplan}}{\text{Turbina bulbo}} = \frac{\text{Salto (7 m)}}{\text{Salto (6,1 m)}} = \frac{83{,}3 \text{ rpm}}{71{,}4 \text{ rpm}} = 1{,}15$$

la relación entre salto y nº de rpm es 1,15.

El peso de la turbina bulbo es sensiblemente inferior al de la turbina Kaplan, como se indica en la Tabla 4:

Tabla 4.- Relación en pso entre los grupos bulbo y Kaplan

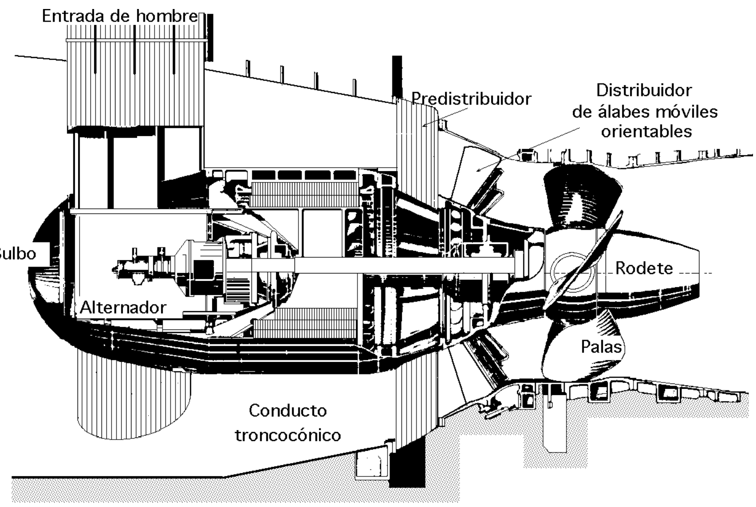
	Grupo Kaplan	Grupo bulbo	% en peso
Turbina	720 Tm	575 Tm	145 Tm (20%)
Alternador	270 Tm	145 Tm	125 Tm (46%)
Grupo completo	990 Tm	720 Tm	270 Tm (27%)

Parámetros.-Entre los parámetros característicos de los equipos empleados en una central maremotriz, destacan los siguientes:

a) La elección del diámetro del rodete que fija la escala de la obra civil de la instalación, siendo una necesidad económica la tendencia a los grandes diámetros

b) Las alturas nominales tienden a ser iguales a la altura mínima necesaria para obtener la potencia nominal; estas alturas nominales son lo bastante bajas como para satisfacer bien las pequeñas mareas, pero suficientes, para no rebajar las grandes.

Estos dos parámetros condicionan la velocidad de rotación del grupo y por lo tanto las dimensiones del alternador.



H = 11,30 m ; Q = 89 m³/seg ; N = 8,5 MW ; n = 150 rpm ; Diámetro del rodete, d = 3,80 metros

Fig IX.12.- Grupo Bulbo de Beaumont-Monteux

Tabla IIX.2.- Algunas realizaciones

Año	1980	1980	1980	1982	1983
País	Bélgica	Bélgica	Suiza	Austria	Canadá
Localidad	Andenne	Lixhe	Höngg	Weizöde	Annápolis
Unidades	3	4	1	2	1
Diámetro Rodete (m)	3,55	3,55	3	3,7	7,6
Salto (m)	5,5	5,5	3,5	11	7,1
Potencia (MW)	3,5	3,5	1,5	8	20

Como los lugares apropiados para una instalación de este tipo están caracterizados por unos saltos variables entre cero y un máximo de 13 a 14 metros, los funcionamientos a baja altura de carga influyen fuertemente sobre la productividad de las instalaciones maremotrices; las disposiciones posibles que intentan paliar esta influencia son:

a) La utilización de un multiplicador de velocidad colocado entre el rodete y el alternador, que permite a éste no sólo girar más deprisa, sino también reducir su diámetro y, por tanto, también el tamaño del Bulbo que condiciona en general, al grupo. Además su empleo permitiría la utilización de un alternador más clásico, de mayor ren-

dimiento y de un precio más bajo, rentabilizando las instalaciones de baja altura, que son las de mayor interés para las centrales maremotrices.

b) El funcionamiento de los grupos a velocidad variable utilizando unos convertidores estáticos de frecuencia a potencia total o a potencia nominal, que permitan el desembrague automático del alternador cuando la velocidad pase de un umbral prefijado, lo que limitará la velocidad de embalamiento del alternador.

IX.6.- LA CENTRAL MAREMOTRIZ DEL RANCE

Vamos a hacer una somera descripción del tipo de turbina empleado en el proyecto más antiguo y único en su tipo en funcionamiento (1967), que es el del río Rance en Francia, Fig IX.13.

Uno de los problemas que hubo de solucionar en este proyecto fue precisamente el del tipo de turbina a utilizar, ya que las convencionales del tipo Kaplan, no son las más adecuadas para condiciones de funcionamiento con caudales elevados y saltos reducidos y muy variables; además no son reversibles, por lo que su operatividad en un ciclo de doble efecto, con turbinaje y bombeo del embalse al mar y del mar al embalse, sólo es posible mediante conducciones conmutadas que requieren obras muy voluminosas y costosas, y aún así, no permitirían el bombeo si no fuese mediante bombas independientes, lo que aumentaría el coste y crearía problemas de espacio. Por otra parte es conveniente eliminar todo lo posible el peso y el volumen de los grupos, para reducir así la sección del costoso dique y aprovecharlo al máximo.

El interés en resolver estos problemas mediante un grupo turbina generador poco voluminoso, capaz de funcionar en ambos sentidos y tanto como turbina como bomba, condujo al desarrollo de los conjuntos de turbomáquinas axiales, llamados grupos Bulbo, que luego han resultado ser de gran interés para su aplicación en instalaciones de otros tipos, como minicentrales hidráulicas.

Estos grupos comprenden:

a) Un conducto troncocónico de entrada, que posteriormente se ensancha alrededor del Bulbo que contiene el generador-alternador

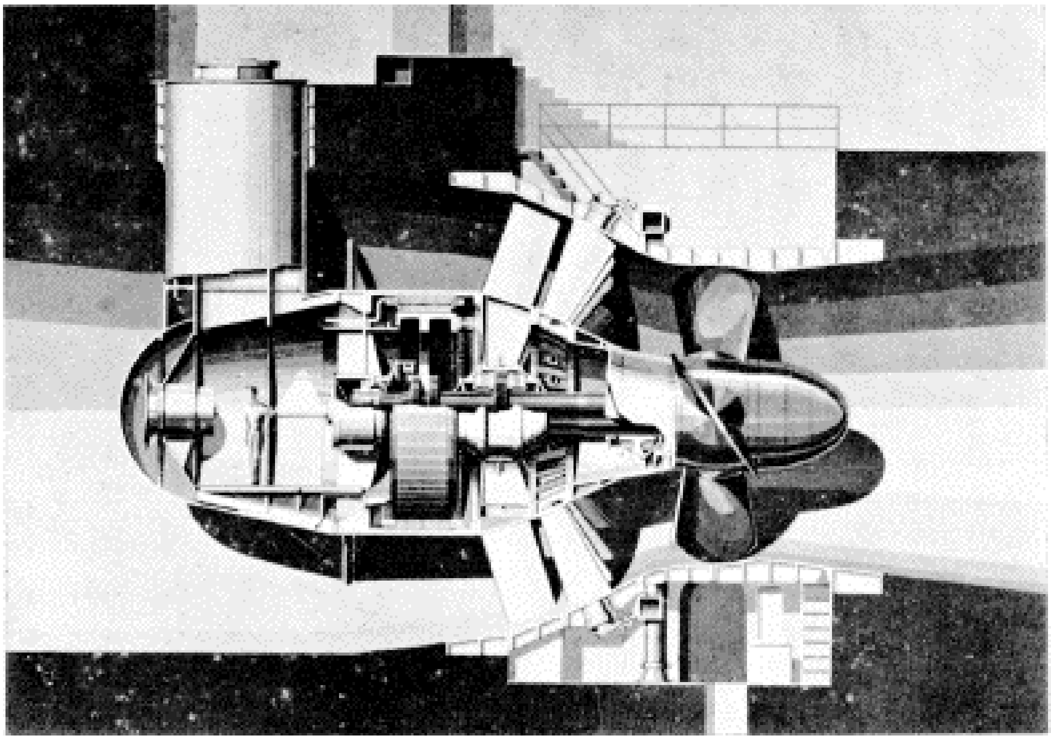
b) Un Bulbo o envoltura metálica en cuyo interior se encuentra el generador; el Bulbo está unido al muro exterior del conducto por aletas radiales que le sirven de soporte y al mismo tiempo guían el agua. El conjunto, constituido por las aletas y las paredes exterior del Bulbo e interior del conducto conforman el predistribuidor.

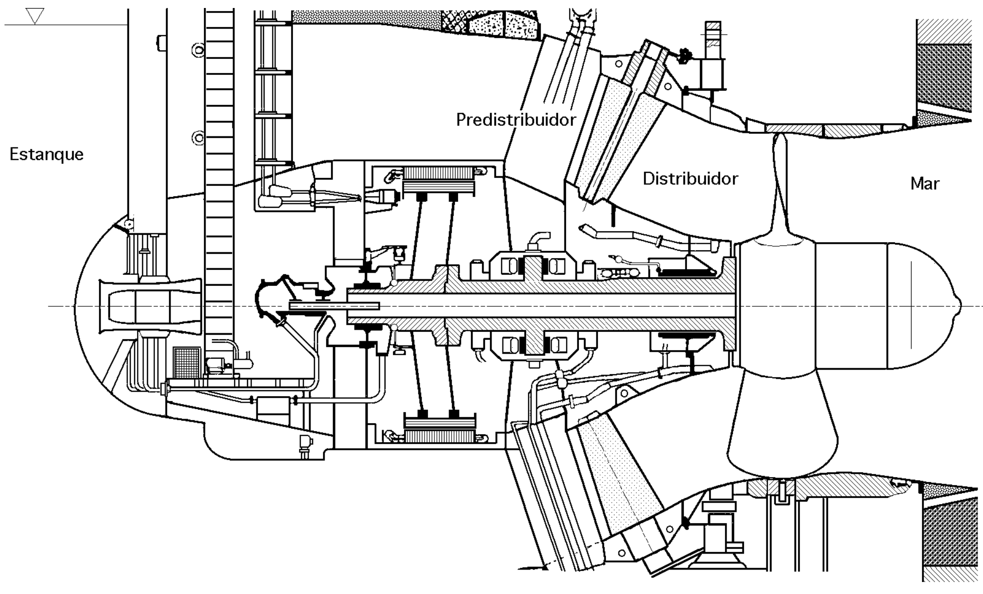
c) Un distribuidor, situado entre el predistribuidor y el rodete; está formado por un cierto número de álabes que dirigen el agua en la dirección conveniente hacia el rodete móvil; estos álabes son como los de las turbinas Kaplan y por la misma razón orientables mediante un mecanismo servomotor hidráulico accionado automáticamente, en este caso, por las diferencias de nivel entre el mar y el embalse, según un programa establecido, para adaptar su disposición a las variaciones del caudal y altura del salto, manteniendo siempre un buen rendimiento.

d) La hélice, de cuatro palas orientables, permite mantener un valor alto del rendimiento para condiciones variables, tanto del salto como del caudal.

e) El tubo de aspiración en que termina el trazado hidrodinámico, aguas abajo del rodete

Cada grupo es capaz de funcionar en los dos sentidos de circulación del agua, bien como turbina o como bomba, siendo su potencia nominal de 10 MW por grupo; están calculados para un salto medio de 5,6 metros y un caudal de 285 m^3/seg en el turbinaje directo (cuando el agua circula en sentido directo, desde el embalse al mar) y para 7,15 m de salto y 240 m^3/seg en el turbinaje inverso, llenado, desde el mar al embalse.





$d_e = 4,353$ m ; $d_r = 3,841$ m ; $d_p = 5,35$ m ; $D_b = 7,88$ m

Fig IX.13.- Turbina Bulbo del Rance

Para el proyecto definitivo de estos grupos se utilizaron las experiencias proporcionadas por grupos Bulbo, instalados anteriormente en algunos ríos franceses y, especialmente, por un grupo maremotor experimental, de tamaño y características muy parecidas a los definitivos, que se instaló con este fin en una esclusa abandonada del puerto de St Malo.

En la instalación existen además compuertas del lado del mar y del embalse para cortar el agua a los grupos y poder aislarlos en caso necesario.

Los problemas fundamentales que se plantearon hace unas décadas, se encuentran hoy en día resueltos como lo confirma la explotación de la central de turbinas del Rance, a lo largo de estos años. Las próximas centrales maremotrices estarán equipadas con grupos axiales que se revelan como los mejor adaptados a este tipo de centrales hidroeléctricas de pequeño salto.

Puesta en marcha.- El primer grupo de turbinas de la central del Rance fue puesto en marcha el 19 de agosto de 1966 y el último el 4 de diciembre de 1967, con sólo un retraso de tres meses, sobre un proyecto de 7 años. La explotación de la Central del Rance, exige el funcionamiento de los grupos y de las compuertas, tanto en el llenado como en el vaciado de la bahía; las turbomáquinas funcionan como máquinas directas con turboalternador y como máquinas inversas como turbobombas existiendo seis tipos de operaciones en dichas máquinas, Tabla IX.1.

El funcionamiento de la central se desglosa pues en la siguiente manera:

73 % en turbinaje, 10 % en bombeo y 17 % en apertura de compuertas

El sentido del trasvasamiento del agua, determina el sentido de rotación de las máquinas; cada turbina tiene una potencia de 10 MW, estando acopladas en grupos de cuatro, constituyendo así una unidad.

Tabla IX.1.- Operaciones en las turbinas Bulbo del Rance

a)	Turbina	Directa	57,0%	Vaciado de la bahía	Máquina acoplada a la red
b)	Bombeo	Inverso	1,5%		
c)	Orificio	Directo		Vaciado de la bahía	Máquina desacoplada de la red
d)	Turbina	Inversa	16,0%	Llenado de la bahía	Máquina acoplada a la red
e)	Bombeo	Directo	8,5%		
f)	Orificio	Inverso		Llenado de la bahía	Máquina desacoplada de la red

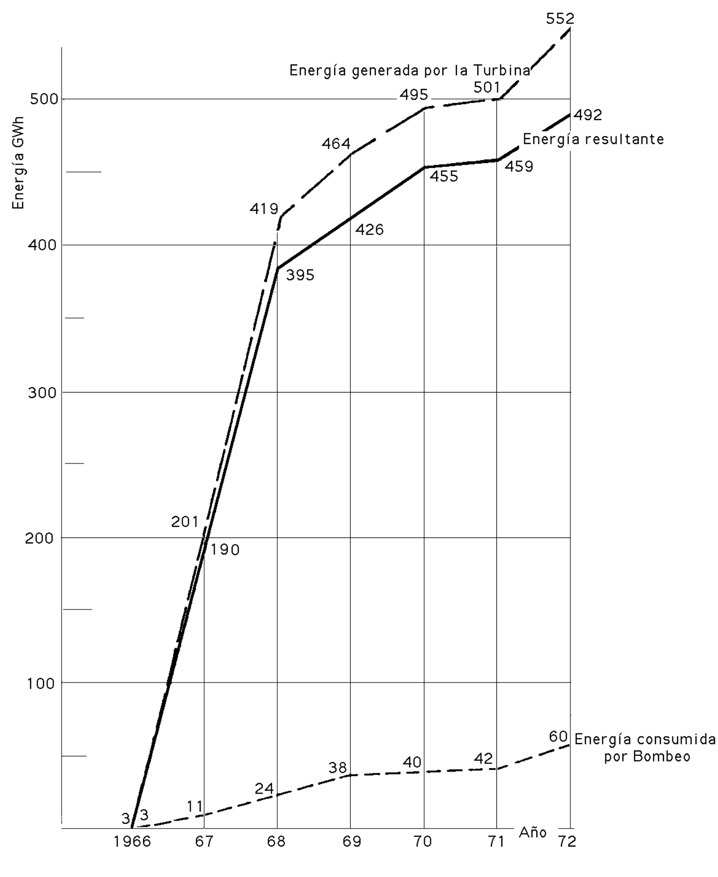


Fig IX.14.- Arranque de la Central del Rance

Problemas.- Los principales problemas, que se detectaron en el curso de la puesta a punto de la central, fueron los siguientes:

a) En las juntas de estanqueidad del árbol, formadas por cuatro coronas de seis segmentos de carbón , la *corona más exterior falló, solucionándose el problema aplicando una correcta lubricación.*

b) Otro fallo se detectó en el rotor del alternador, ya que éste había entrado en contacto con el estator (rozamiento); esta anomalía fue debida a una dilatación muy pequeña de la llanta y se solucionó modificando el rotor del alternador.

La central ha tenido otros fallos a lo largo de estos años, pero dada la cantidad y la calidad del material instalado, se pueden considerar éstos como normales.

Algunos ***ensayos que se hicieron en los grupos Bulbo*** fueron:

a) Medida de la deformación, contracción y vibración de las palas, ensayo que se realizó montando una pala de bronce-aluminio en uno de los grupos, lo que permitió determinar el % de contracción en régimen permanente de explotación; el análisis del espectro de las vibraciones, permitió observar una oscilación, debida a la aparición de la contracción, sobre la cara de la pala que da a la bahía, cuando la pala estaba en la parte superior del giro, siendo la frecuencia de esta vibración del orden de 30 a 1.000 Hz, no llegando a generar reacciones peligrosas, estando las contracciones bastante lejos del límite de fatiga admisible.

b) Ensayo sobre el calentamiento de las barras del alternador cuando el grupo actúa como bomba, que se completó con un análisis del flujo superficial y de las corrientes, sobre dichas barras. Para el arranque en bombeo se observó un calentamiento máximo de las barras de 87°C, mientras que en régimen permanente la temperatura de una barra se elevó a 144°C después de un funcionamiento de dos horas, considerándose estos valores como normales.

En ***ensayos sobre modelos*** se observó que la apertura de las palas provocaba, en algunos casos, un cambio de sentido en el agua, originando los siguientes fenómenos:

a) El arranque en turbina directa (embalse-mar), se realizó cerrando el distribuidor al máximo posible; al proceder a la apertura de las palas del distribuidor se provocaba el arranque paulatino de la turbina en sentido directo.

b) Al arrancar la turbina en sentido inverso (mar-embalse), se observó en algunos grupos, con las palas del distribuidor cerradas, una tendencia a girar en sentido directo, del orden de 30 rpm; la apertura de las palas del distribuidor provocaba su ralentización, parada y puesta en marcha en el sentido inverso buscado; algunos grupos precisaron para el arranque de un mecanismo auxiliar.

c) El arranque en bombeo directo (llenado de la bahía), dió lugar a un fenómeno particular para pequeños saltos, del orden de 0,5 m, ya que el grupo no arrancaba, pero cuando el salto se hacía del orden de 1 m el agua al pasar de la bahía hacia el mar, entraba en las máquinas en sentido de rotación inverso, que era el de bombeo directo, lo que provocaba el arranque como tal turbobomba en sentido directo.

Comportamiento de materiales.- Una de las dificultades que se detectaron en los materiales fue el fallo de las juntas de estanqueidad de las palas de las ruedas, destinadas a evitar la entrada de agua en el interior de la turbina; las diversas maniobras dañaron estas juntas, dejando que entrase en el cubo el agua de mar. Para evitar éste problema se incrementó la presión del aceite de lubricación hasta un valor superior al correspondiente al nivel más alto alcanzado por el mar, 2 a 3 atm, siendo sustituidas a su vez todas las juntas.

En los alternadores se encontró un desgaste importante de las escobillas de los anillos del rotor, así como una baja calidad en el aislamiento del estator. La reparación de estos anillos y escobillas fue difícil, debido a su situación dentro del recinto estanco presurizado, que contenía gases y vapores liberados por los aislantes, barnices y pinturas; éstos inconvenientes, junto con los originados por el doble sentido de la rotación y el funcionamiento sin corriente durante algunos períodos, comportaron un desgaste de las escobillas del orden de 10 mm cada 1.000 horas. El carbono fue uno de los materiales escogidos para la fabricación de escobillas que, aleado con plata, permitió reducir los desgastes a 1 mm cada 1000 horas de funcionamiento.

Compuertas.- Los principales inconvenientes aparecidos en las compuertas fueron debidos a la corrosión, que originó agarrotamientos y en algunos casos, la rotura de los conductos de engrase, produciéndose un funcionamiento deficiente en las zonas de deslizamiento; todo ésto se solucionó aplicando a los materiales en ellas empleados pinturas anticorrosivas y tratamientos galvánicos.

Influencia sobre el medio ambiente.- La influencia sobre el medio ambiente y los principales fenómenos que genera esta central sobre el estuario, al modificar el ritmo normal de las mareas, fueron estudiados antes de su construcción mediante un modelo hidráulico de la misma, construido a escala 1/150, cuyos resultados fueron posteriormente contrastados con los fenómenos reales observados en la central.

La explotación de la central implicó su adaptación a las necesidades del consumo, lo cual obligaba a una modificación del régimen hidráulico del estuario.

La central, normalmente, retrasa la marea alrededor de tres horas, lo que trae consigo una serie de fenómenos como el aumento de la intensidad de las corrientes a ciertas horas, una modificación de la dirección de las mismas, y un aumento de la diferencia de cotas entre el mar y el estuario, que originan las siguientes situaciones:

Variación del caudal.- En la Fig IX.15 se observa el ciclo del funcionamiento hidráulico de la central, en la que la altura del mar viene simbolizada por la letra z, la de la bahía por h, y el caudal que atraviesa las turbinas en ese intervalo por Q.

Como se aprecia, el caudal varía en función de la diferencia de niveles entre el mar y la bahía, siendo en dos ocasiones cero, observándose que las mareas coinciden perfectamente, mientras que los caudales no coinciden nada más que a las cuatro y a las diez horas después de la bajamar.

Entorno de la Central del Rance.- Para permitir la navegación en la bahía del Rance, después de la construcción de la presa, fue preciso la construcción de una esclusa que salvase el desnivel existente entre la bahía y el mar.

Debido a las ***fuertescorrientes*** que se originan en ciertos momentos por el aumento del consumo de la central, Fig IX.18, se hizo preciso balizar algunas zonas próximas a las turbinas, por ser éstas zonas peligrosas para la navegación. Es indispensable para el funcionamiento de la central, el conocer en cada instante el volumen de agua disponible, tanto para el vaciado como para el llenado del estanque; los ***remolinos*** son un fenómeno fundamental que hay que conocer debido a la influencia que tienen tanto sobre el rendimiento de la central, como en los depósitos de arena; por ello es necesario que nunca se sobrepasase un límite que está regulado por el consumo de la central.

Por ejemplo, se observa que para 4 horas después de la bajamar, el estanque no puede desaguar adecuadamente a través de las turbinas, por cuanto no hay una diferencia de nivel apreciable entre el estanque y el mar; aguas arriba del estanque se forman remolinos y corrientes suaves en la zona de turbinas, y fuertes remolinos en la zona de compuertas; aguas abajo la circulación es más suave, observándose la proximidad de la pleamar por las corrientes que se generan por las olas de marea, Fig IX.18a.

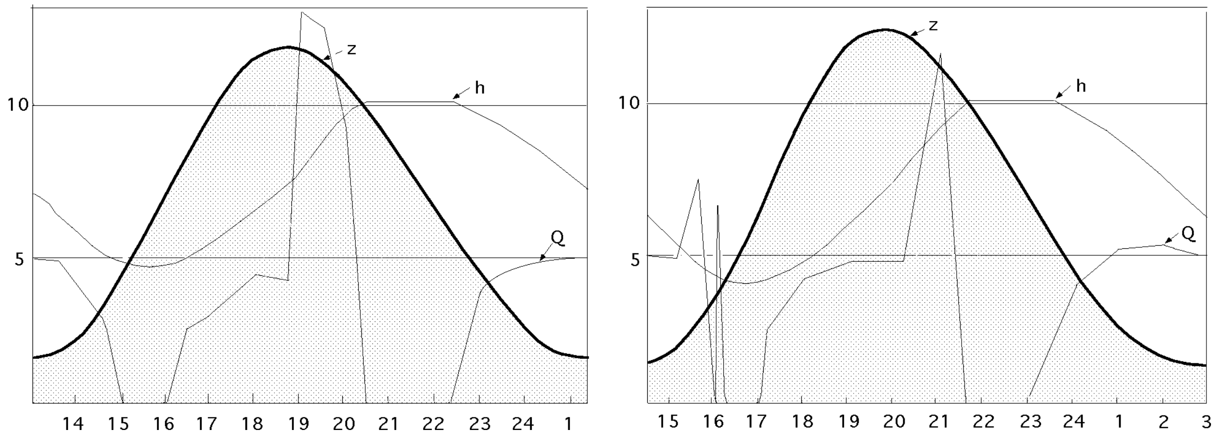


Fig IX.15.- Ciclo de funcionamiento

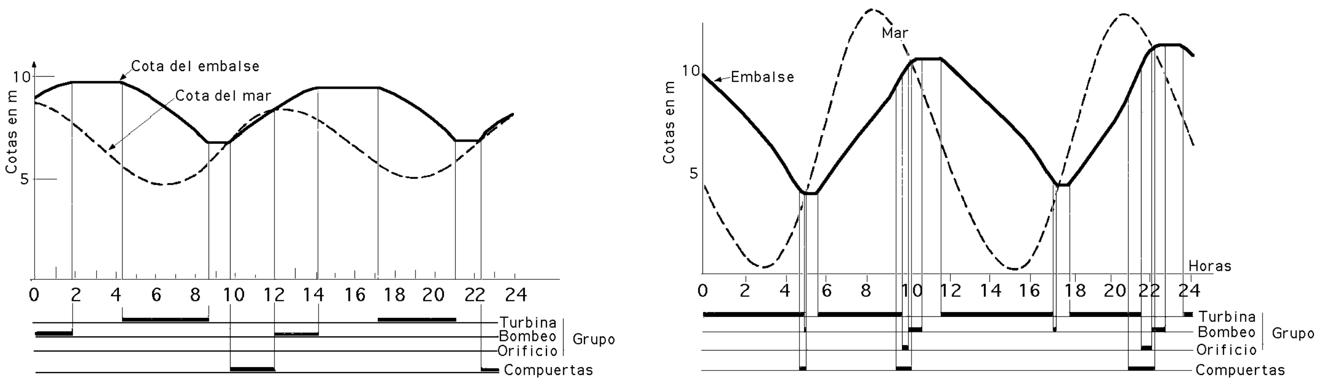


Fig IX.16.- Ciclos de funcionamiento para una marea muerta (a) y una marea viva (b)

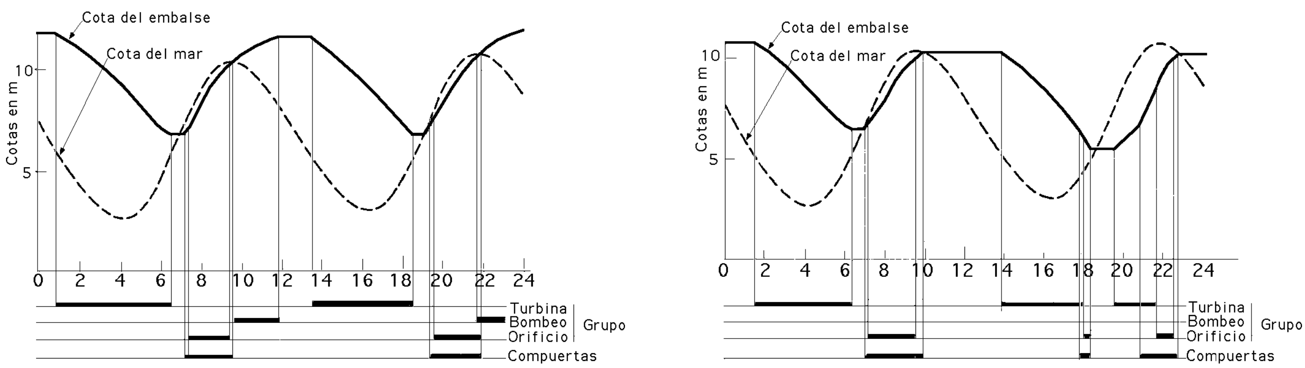


Fig IX.17.- Ciclos de funcionamiento para diferentes mareas con bombeo y sin bombeo

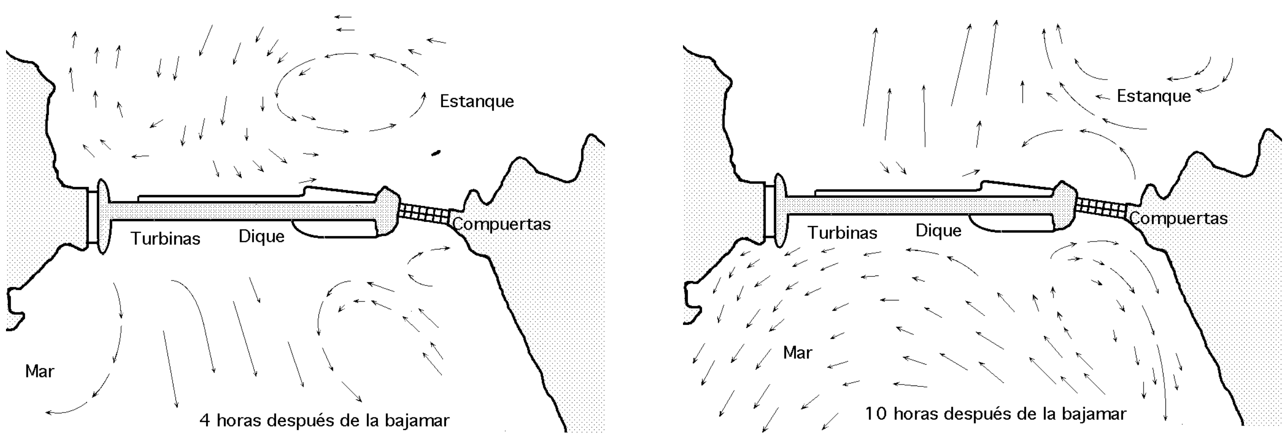


Fig IX.18.- Campos de corrientes y remolinos a ambos lados del dique

Si se observa la Fig IX.18b para 10 horas después de la bajamar, es decir, 4 horas después de la pleamar, el fenómeno prácticamente se invierte; las turbinas no pueden dejar pasar todo el agua procedente del mar, por lo que se crean corrientes paralelas al dique que bordean la costa; en la zona de compuertas por la parte del mar se originan fuertes remolinos, por cuanto estás permanecen cerradas, estando influenciada esta situación por las corrientes originadas por el agua a su paso por las turbinas; aguas arriba del dique la circulación es suave, por cuanto éste se está llenando por el funcionamiento de las turbinas y por el propio agua de la ría, apreciándose pequeños remolinos en la zona de compuertas, por estar estas cerradas y penetrar el agua sólo por las turbinas.

Por lo tanto, las variaciones del consumo que se producen en el funcionamiento de la central provocan la aparición de ondas, que se propagan a todo lo largo de la superficie del estuario. Un estudio sobre un modelo, puede definir los consumos de seguridad, que se usaron posteriormente en el estuario, y que comparados con la realidad, permiten obtener unas curvas que dan la amplitud de las ondas en diferentes puntos de la bahía a diversas horas.

La central del Rance se revela como un tipo de central segura y sin ningún tipo de problemas ecológicos, siempre que se mantengan los caudales adecuados y se dispongan las necesarias medidas de seguridad en la navegación, siendo su incidencia sobre el medio ambiente prácticamente nula, haciendo de éste tipo de central una de las más seguras, no ya por los cuantiosos medios de seguridad de que dispone, sino porque prácticamente no tiene peligro.

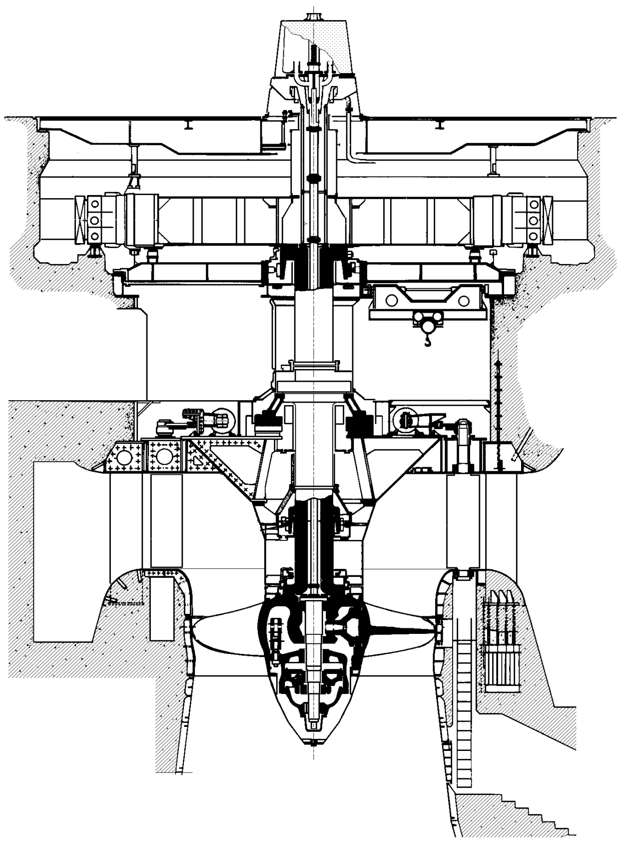
El estudio de la central realizado sobre modelo, aunque deficiente, ya que las técnicas utilizadas en los años 60 no tenían comparación con las actuales, supuso sin embargo un reto y un método de trabajo para la construcción de otras futuras posibles centrales maremotrices en otras partes del mundo.

NOTA: Una más amplia información sobre centrales maremotrices se puede encontrar en el primer capítulo de Energías del Mar, en el tema de Energías Alternativas

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PROBLEMAS
DE
TURBINAS HIDRÁULICAS



Pedro Fernández Díez

1.- Una turbina Pelton trabaja bajo una altura neta de 240 m.

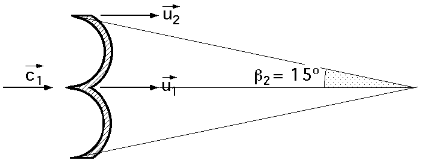
Sus características son: $\varphi_1 = 0,98$; $\alpha_1 = 0$; $\beta_2 = 15^o$; $w_2 = 0,70\ w_1$; $u_1 = 0,45\ c_1$

Diámetro del chorro: $d_{chorro} = 150$ mm; Diámetro medio de la rueda : $D_1 = 1800$ mm

Determinar

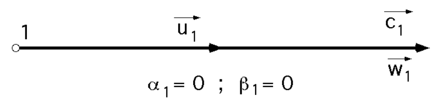
- ***a) La fuerza tangencial ejercida por el chorro sobre las cucharas***
- ***b) La potencia desarrollada por la turbina***
- ***c) El rendimiento manométrico***
- ***d) El rendimiento global, siendo: $\eta_{mec} = 0,97$; $\eta_{vol} = 1$***

RESOLUCION



Tomamos como eje "x" la dirección de la velocidad circunferencial del rodete en el punto en que el eje del chorro corta a éste; la fuerza tangencial del chorro sobre las cucharas es igual y de signo contrario a la que el álabe ejerce sobre el fluido

TRIANGULOS DE VELOCIDADES

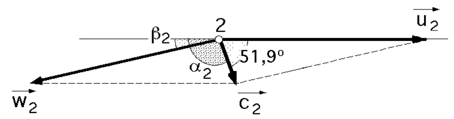


Entrada

$c_1 = \phi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0,98 \sqrt{2\ g \times 240} = 67,22$ m/seg

$u_1 = u_2 = 0,45 \times 67,22 = 30,25$ m/seg

$w_1 = c_1 - u_1 = 67,22 - 30,25 = 36,97$ m/seg



Salida:

$u_2 = u_1 = 30,25$ m/seg

$w_2 = \psi\ w_1 = 0,70 \times 36,97 = 25,88$ m/seg

$$c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2\ u_2\ w_2\ \cos\beta_2} = \sqrt{30,25^2 + 25,88^2 - (2 \times 30,25 \times 25,88\ \cos 15^o)} = 8,51 \text{ m/seg}$$

$$w_2\ \text{sen}\,\beta_2 = c_2\ \text{sen}\alpha_2 \quad ; \quad \text{sen}\,\alpha_2 = \frac{w_2\ \text{sen}\,\beta_2}{c_2} = \frac{25,88 \times \text{sen}\ 15^o}{8,51} = 0,7871 \quad ; \quad \alpha_2 = 51,9^o$$

a) Fuerza tangencial ejercida por el chorro sobre las cucharas

$$F_x = \frac{\gamma\ Q}{g}\ (w_1\ \cos\beta_1 - w_2\ \cos\beta_2) = \left|\ Q = c_1\ \Omega = 67,22 \frac{m}{seg} \times \frac{\pi \times 0,15^2}{4}\ m^2 = 1,18787 \frac{m^3}{seg}\ \right| =$$

$$= \frac{1000\ (kg/m^3) \times 1,18787\ (m^3/seg)}{9,8\ (m/seg^2)}\ (36,97 + 25) \frac{m}{seg} = 7511,5 \text{ kg}$$

b) Potencia desarrollada por la turbina (es la potencia efectiva)

$$N_{efec} = F_x\ u = 7511,5 \text{ Kg} \times 30,25 \frac{m}{seg} = 227.222,87 \frac{Kgm}{seg} = 3029,6 \text{ CV}$$

c) Rendimiento manométrico::

$$N_{efec} = \frac{\gamma\,Q\,H_n}{75}\ \eta_h \quad \xrightarrow{\text{Como } \eta_{vol} = 1} \quad \eta_{man} = \frac{75\ N_{ef}}{\gamma\,Q\,N_n} = \frac{75 \times 3029,6}{1000 \times 1,1878 \times 240} = 0,797 = 79,7\%$$

$$\eta_{man} = \frac{H_{ef}}{H_n} = \left|\ 3029,6\ \text{CV} = \frac{1000 \times 1,1878 \times H_{ef}}{75} \ ;\ H_{ef} = 191,3\ \text{m}\ \right| = \frac{191,3}{240} = 0,797 = 79,7\%$$

$$\eta_{man} = \frac{2\ \phi_1^2\ \psi}{1 + \psi} = \frac{2 \times 0,98^2 \times 0,7}{1 + 0,7} = 0,791 = 79,1\%$$

d) Rendimiento global, siendo el $\eta_{mec} = 0,97$: $\eta = 0,797 \times 0,97 = 0,773 = 77,3\%$

e) Potencia al freno.- La potencia al freno es la potencia útil

$$N = \frac{\gamma\,Q\,H_n}{75}\ \eta = \frac{1000 \times 1,1878 \times 240}{75}\ 0,773 = 2938 \text{ CV}$$

$$N = \eta_{mec}\ N_{ef} = 0,97 \times 3029,6 \text{ CV} = 2938 \text{ CV}$$

****

2.- Se dispone de un aprovechamiento hidráulico con caudal constante en una corriente que fluye a 750 litros/segundo; utiliza un salto neto H_n = 24 m con un grupo turboalternador en acoplamiento directo de 7 pares de polos, siendo el rendimiento global de la instalación del 86%, y absorbiendo el referido grupo la aportación diaria del caudal citado durante 4,5 horas ininterrumpidamente, a caudal constante.

Con el fin de incrementar la potencia del aprovechamiento hidráulico se incrementa el salto neto utilizado, y se acopla a la misma turbina otro alternador que sustituye al primero de 6 pares de polos.

Suponiendo que el rendimiento global no se modifica, se pide:

a) Potencia en CV del primer grupo, y caudal

b) Salto neto a utilizar en el nuevo grupo y nueva potencia

c) Número de horas ininterrumpidas de funcionamiento a caudal constante del nuevo grupo

d) Capacidad de regulación del embalse que necesita el nuevo grupo

---

RESOLUCION

Como en las condiciones de funcionamiento el rendimiento se mantiene prácticamente uniforme, se pueden utilizar las fórmulas de semejanza. Se trata de una misma turbina (λ = 1) con saltos variables

$$\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = \frac{n}{n'} = \frac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{N}{N'}} = \sqrt{\frac{C}{C'}}$$

a) Caudal que admite el primer grupo funcionando 4,5 horas diarias

Se sabe que el aprovechamiento hidráulico recibe un caudal diario de 750 l/seg, por lo que en 24 horas se tiene:

$$Q_{diario} = 750\ \frac{lit}{seg} \times 3600\ \frac{seg}{hora} \times 24\ \frac{horas}{día} = 64.800\ \frac{m^3}{día}$$

que son aprovechados totalmente por el grupo en 4,5 horas.

El ***caudal*** del primer grupo es:

$$Q = \frac{64800\ (m^3/día)}{3600 \times 4,5\ (seg/día)} = 4\ \frac{m^3}{seg}$$

Potencia del primer grupo:

$$N\ (CV) = \frac{\gamma\, Q\, H_n\, \eta}{75} = \frac{1000\ (kg/m^3) \times 4\ (m^3/seg) \times 24\ (m) \times 0,86}{75} = 1100,8\ CV$$

b) Salto neto a utilizar en el nuevo grupo

$$\text{Nº de revoluciones por minuto: } \begin{cases} \text{Para 7 pares de polos: } n = \dfrac{3000}{7} = 428,57\ \text{rpm} \\ \text{Para 6 pares de polos: } n = \dfrac{3000}{6} = 500\ \text{rpm} \end{cases}$$

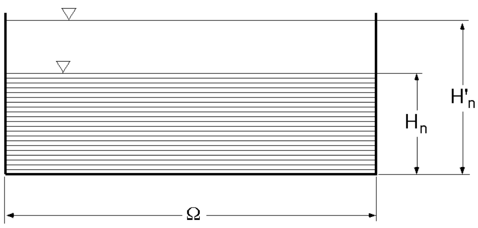
$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} \quad ; \quad \frac{428,57}{500} = \sqrt{\frac{24}{H_n'}} \quad ; \quad H_n' = 32,66\ m$$

Nueva potencia: $\dfrac{n}{n'} = \sqrt[3]{\dfrac{N}{N'}}$ $\qquad \dfrac{428,57}{500} = \sqrt[3]{\dfrac{1100,8}{N'}}$ $\qquad N' = 1748\ CV$

c) Número de horas ininterrumpidas de funcionamiento a caudal constante Q' del nuevo grupo

$$\frac{n}{n'} = \frac{Q}{Q'} \qquad Q' = Q\ \frac{n}{n'} = 4\ \frac{m^3}{seg}\ \frac{7}{6} = 4,7\ \frac{m^3}{seg} \qquad 4,7\ x = 4 \times 4,5 = 18 \qquad x = 3,8\ \text{horas}$$

d) Capacidad de regulación del embalse que necesita el nuevo grupo



Para 7 pares de polos: (Capacidad) = $\Omega \times H_n$

Para 6 pares de polos: (Capacidad)' = $\Omega \times H_n'$

$$\frac{(\text{Capacidad})}{(\text{Capacidad})'} = \frac{H_n}{H_n'} = \frac{24}{32,66} = 0,7348$$

$$(\text{Capacidad})' = \frac{H_n'}{H_n}\ (\text{Capacidad}) = \frac{1}{0,7348} = 1,364\ (\text{Capacidad})$$

****

3.- Elegir el tipo de turbina más conveniente para un salto H_n = 190 m, caudal q= 42 lit/seg, n = 1450 rpm y η_{man} = 0,825. Determinar, suponiendo que $\eta_{mec} = \eta_{vol} = 1$

a) Las nuevas características de la turbina para un salto neto de 115 m, conservando la misma admisión

b) Las nuevas características de una turbina semejante, geométricamente 3 veces más pequeña, que trabaje con el mismo salto de 190 m.

RESOLUCION

a) Nuevas características de la turbina para un salto neto de 115 m, conservando la misma admisión

$$N = \frac{\gamma Q N_n \eta}{75} = \frac{1000\ (\text{kg/m}^3) \times 0{,}042\ (\text{m}^3/\text{seg}) \times 190\ \text{m} \times 0{,}825}{75} = 87{,}78\ \text{CV}$$

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{1450\ \sqrt{87{,}78}}{190^{5/4}} = 19{,}25\ \ \text{(Pelton simple)}$$

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ n' = n\sqrt{\frac{H_n'}{H_n}} = 1450\sqrt{\frac{115}{190}} = 1128{,}1\ \text{r.p.m.}$$

$$\frac{Q}{Q'} = \sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ Q' = Q\sqrt{\frac{H_n'}{H_n}} = 42\sqrt{\frac{115}{190}} = 32{,}67\ \frac{\text{lit}}{\text{seg}}$$

Nueva potencia: $\sqrt{\dfrac{H_n}{H_n'}} = \sqrt[3]{\dfrac{N}{N'}}$ $\qquad N' = N\sqrt{\left(\dfrac{H_n'}{H_n}\right)^3} = 87{,}78\left(\dfrac{115}{190}\right)^{3/2} = 41{,}33\ \text{CV}$

b) Nuevas características de una turbina semejante, geométricamente 3 veces más pequeña, que trabaje con el mismo salto de 190 m.

Se tiene el mismo salto, con $\lambda = 3$

$$\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}} = 1 = \lambda\ \frac{n}{n'} = \frac{1}{\lambda^2}\ \frac{Q}{Q'} = \frac{1}{\lambda^{2/3}}\ \left(\frac{N}{N'}\right)^{1/3}$$

$$1 = \frac{1}{\lambda^{2/3}}\left(\frac{N}{N'}\right)^{1/3}\ ;\ \left(\frac{N}{N'}\right)^{1/3} = \lambda^{2/3}\ ;\ \frac{N}{N'} = \lambda^2\ ;\ N' = \frac{N}{\lambda^2} = \frac{88}{9} = 9{,}77\ \text{CV}$$

$$Q' = \frac{Q}{\lambda^2} = \frac{42}{9} = 4{,}66\ \frac{\text{lit}}{\text{seg}}$$

$$n' = n\ \lambda = 1450 \times 3 = 4350\ \text{r.p.m.}$$

c) Para Z inyectores Pelton

$$n = n'\ \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ Q = Z\ Q'\ \lambda^2\sqrt{\frac{H_n}{H_n'}}\ \ ;\ \ N = Z\ N'\ \lambda^2\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)^{3/2}\ \ ;\ \ C = Z\ C'\ \lambda^3\left(\frac{H_n}{H_n'}\right)$$

****

4.- Una turbina Pelton se elige para mover un alternador de 5 pares de polos en acoplamiento directo. El chorro de agua tiene un diámetro de 70 mm y una velocidad de 100 m/seg. El ángulo de la cuchara es de 170º; la relación de la velocidad tangencial del álabe a la velocidad del chorro es 0,47. Los coeficientes de reducción de velocidad: $\varphi_1 = 1$ y $\psi = 0{,}85$.

Determinar

a) Los triángulos de velocidades

b) El diámetro de la rueda en el centro de las cazoletas

c) La potencia desarrollada por la turbina y el par motor

d) La alturas neta y efectiva del salto, rendimiento manométrico y nº de revoluciones específico

e) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con el mismo salto

f) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con un salto de 1000 m

g) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, λ =1, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diáme-

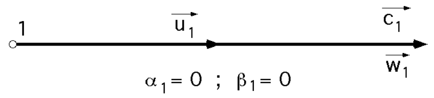
tro, con c_1 = 100 m/seg, funcionando con el salto del apartado (d)

h) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, λ =1, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con c_1 = 100 m/seg, funcionando con un salto de 1000 m

---

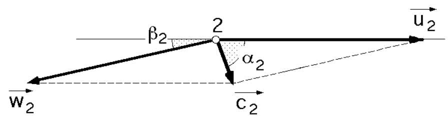
RESOLUCION

a) Triángulos de velocidades



$$\text{Entrada: } \begin{cases} c_1 = 100 \text{ m/seg} \\ u_1/c_1 = 0{,}47 \;;\; u_1 = 0{,}47 \times 100 = 47 \text{ m/seg} \\ w_1 = c_1 - u_1 = 100 - 47 = 53 \text{ m/seg} \end{cases}$$

Salida



$$\text{Salida: } \begin{cases} u_2 = u_1 = 47 \text{ m/seg} \\ w_2 = \psi\, w_1 = 0{,}85 \times 53 = 45{,}05 \text{ m/seg} \\ c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2\, u_2 w_2 \cos\beta_2} = \end{cases}$$

$$= \sqrt{47^2 + 45{,}05^2 - (2 \times 47 \times 45{,}05 \cos 10º)} = 8{,}25 \text{ m/seg}$$

$$w_2 \ \text{sen}\,\beta_2 = c_2 \ \text{sen}\alpha_2 \quad ; \quad \text{sen}\,\alpha_2 = \frac{w_2 \ \text{sen}\,\beta_2}{c_2} = \frac{45{,}05 \times \text{sen } 10º}{8{,}25} = 0{,}948 \quad ; \quad \alpha_2 = 71{,}48º$$

b) Diámetro de la rueda en el centro de las cazoletas: Este diámetro es el diámetro Pelton

$$u = \frac{D}{2}\, w = \frac{D}{2}\,\frac{\pi n}{30} \quad ; \quad D = \frac{60\ u}{\pi n} = \left| \begin{matrix} n = \dfrac{3000}{5} = 600 \text{ rpm} \\ u = 47 \text{ m/seg} \end{matrix} \right| = \frac{60 \times 47}{600\ \pi} = 1{,}496 \text{ m}$$

c) Potencia desarrollada por la turbina (potencia efectiva), y par motor (η_{mec} = 1):

$$N_{ef} = F_x u = \frac{\gamma Q}{g}\,(w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)\, u = \left| \begin{matrix} w_1 \cos\beta_1 = w_1 = 53 \text{ (m/seg)} \\ Q = c_1\,\Omega = 100\, \dfrac{\pi \times 0{,}07^2}{4} = 0{,}3848 \text{ (m}^3\text{/seg)} \\ w_2 \cos\beta_2 = 45{,}05 \cos 10º = 44{,}36 \text{ (m/seg)} \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{1000 \times 0{,}3848}{9{,}8}\,(53 + 44{,}36) \times 47 = 179680\, \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}} = 2395{,}7 \text{ CV}$$

Como (η_{mec} = 1) , $N_{efe} = N$:

$$C = \frac{N}{w} = \frac{30\ N}{n\,\pi} = \frac{30 \times 179680 \text{ (Kgm/seg)}}{600\ \pi \text{ (1/seg)}} = 2859{,}7 \text{(m.kg)}$$

d) Alturas neta y efectiva del salto

$$c_1 = \phi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} \quad ; \quad H_n = \frac{c_1^2}{\phi_1^2\ 2\ g} = \frac{100^2}{1^2 \times 2\,g} = 510{,}2 \text{ m}$$

$$\text{Salto efectivo : } H_{efect} = \frac{N_{efect}}{\gamma\ Q} = \frac{179.680}{1000 \times 0{,}3848} = 466{,}95 \text{ m}$$

Rendimiento manométrico:

$$\eta_{man} = \frac{u_1\ (c_1 \cos\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2)}{g\,H_n} = \frac{47\,\frac{\text{m}}{\text{seg}}\ (100 - 8{,}25 \cos 71{,}48)}{g \times 510{,}2} = 0{,}9153 = 91{,}53\%$$

$$\eta_{man} = \frac{H_{efect}}{H_n} = \frac{N_{efect}}{\gamma\ Q_d\ H_n} = \frac{179.680}{1000 \times 0{,}3848 \times 510{,}2} = 91{,}53\%$$

$$\eta_{man} = \frac{2\ \phi_1^2\ \psi}{1 + \psi} = \frac{2 \times 1^2 \times 0{,}85}{1 + 0{,}85} = 0{,}919 = 91{,}9\%$$

Nº de revoluciones específico

$$n_s = \frac{n \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{600 \sqrt{2395{,}7}}{510{,}2^{5/4}} = 12{,}11 \text{ rpm}$$

e) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza λ = 2, funcionando con el mismo salto:

$$\frac{Q}{Q'} = \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = \lambda^2 \sqrt{\frac{1000}{510,2}} = \lambda^2 \times 1,4 \qquad Q = 2^2\ Q' \times 1,4 = 2^2 \times 0,3848 \times 1,4 = 2,1548\ m^3/seg$$

$$\frac{N}{N'} = \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H_{n'}}\right)^3} = \lambda^2 \qquad N = \lambda^2\ N' = 2^2 \times 2395,7 = 9583,2\ CV$$

$$\frac{C}{C'} = \lambda^3 \frac{H_n}{H_{n'}} = \lambda^3 \qquad C = \lambda^3\ C' = 2^3 \times 2859,7 = 22877,6\ mkg$$

$$\frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = \lambda^{-1} \qquad n = \lambda^{-1}\ n' = 2^{-1} \times 600 = 300\ rpm$$

f) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm de una turbina geométricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza λ = 2, funcionando con un salto de 1000 m

$$\frac{Q}{Q'} = \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 2^2 \sqrt{\frac{1000}{510,2}} = 5,6 \qquad Q = 5,6\ Q' = 5,6 \times 0,3848 = 2,1548\ m^3/seg$$

$$\frac{N}{N'} = \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H_{n'}}\right)^3} = 2^2 \sqrt{\left(\frac{1000}{510,2}\right)^3} = 10,976 \qquad N = 10,976\ N' = 10,976 \times 2395,7 = 26295,5\ CV$$

$$\frac{C}{C'} = \lambda^3 \frac{H_n}{H_{n'}} = 2^3\ \frac{1000}{510,2} = 15,68 \qquad C = 15,68\ C' = 15,68 \times 2859,7 = 44845,15\ mkg$$

$$\frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 2^{-1} \sqrt{\frac{1000}{510,2}} = 0,7 \qquad n = 0,7\ n' = 0,7 \times 600 = 420\ rpm$$

g) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, λ =1, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con c_1 = 100 m/seg, funcionando con el salto del apartado (d)

Los triángulos de velocidades se mantienen

Potencia y par motor para 1 inyector:

$$N_{ef} = F_x u = \frac{\gamma Q}{g} (w_1 \cos\beta_1 - w_2 \cos\beta_2)\ u = \left|\ Q = c_1\ \Omega = 100\ \frac{\pi \times 0,05^2}{4} = 0,1963\ (m^3/seg)\ \right| =$$

$$= \frac{1000 \times 0,1963}{9,8} (53 + 44,36) \times 47 = 91658\ \frac{Kgm}{seg} = 1221,1\ CV$$

$$C = \frac{N}{w} = \frac{30\ N}{n\ \pi} = \left|\ \frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} = 1 \qquad n = n' = 600\ rpm\ \right| = \frac{30 \times 91658\ (Kgm/seg)}{600\ \pi (1/seg)} = 1458,8 (m.kg)$$

Para 4 inyectores y H_n = 510,2 m
$$\begin{cases} Q^* = 4\ Q = 4 \times 0,1963 = 0,7852\ m^3/seg \\ N^* = 4\ N = 4 \times 1222,1 = 4888,4\ CV \\ C^* = 4\ C = 4 \times 1458,79 = 5835,16\ mkg \end{cases}$$

h) Caudal, potencia, par motor y nº de rpm, λ =1, para la turbina del apartado (d), si se la suponen 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con c_1 = 100 m/seg, funcionando con un salto de 1000 m

$$\frac{Q}{Q'} = \lambda^2 \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 1^2 \sqrt{\frac{1000}{510,2}} = 1,4 \qquad Q = 1,4\ Q' = 1,4 \times 0,7852 = 1,1\ m^3/seg$$

$$\frac{N}{N'} = \lambda^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{H_{n'}}\right)^3} = 1^2 \sqrt{\left(\frac{1000}{510,2}\right)^3} = 2,744 \qquad N = 2,744\ N' = 2,744 \times 4888,4 = 13414\ CV$$

$$\frac{C}{C'} = \lambda^3 \frac{H_n}{H_{n'}} = 1^3\ \frac{1000}{510,2} = 1,96 \qquad C = 1,96\ C' = 1,96 \times 5835,16 = 11437\ mkg$$

$$\frac{n}{n'} = \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_n}{H_{n'}}} = 1^{-1} \sqrt{\frac{1000}{510,2}} = 1,4 \qquad n = 1,4\ n' = 1,4 \times 600 = 840\ rpm$$

****

5.- Una turbina Pelton de 1 inyector se alimenta de un embalse cuyo nivel de agua se encuentra 300 m por encima del eje del chorro, mediante una conducción forzada de 6 Km de longitud y 680 mm de diámetro interior.
El coeficiente de rozamiento de la tubería vale 0,032.
La velocidad periférica de los álabes es 0,47 c_1
El coeficiente de reducción de velocidad de entrada del agua en el rodete vale 0,97
Las cazoletas desvían el chorro 175º, y la velocidad del agua se reduce en ellas en un 15%
El chorro tiene un diámetro de 90 mm
El rendimiento mecánico es 0,8
Determinar

- ***a) Las pérdidas en el inyector, y su velocidad; pérdidas en la conducción forzada***
- ***b) La altura neta de la turbina y la altura de Euler***
- ***c) El caudal***
- ***d) Los triángulos de velocidades y rendimiento manométrico***
- ***e) La potencia útil en el eje de la máquina***

RESOLUCION

a) Pérdidas en la conducción forzada

Altura neta: $H_n = H - \text{Pérdidas tubería} = 300 - \text{Pérdidas tubería}$

Por la ecuación de continuidad: $Q = \dfrac{\pi d_{iny}^2}{4} c_1 = \dfrac{\pi d_{tub}^2}{4} v_{tub}$ $\qquad v_{tub} = c_1 \dfrac{d_{iny}^2}{d_{tub}^2} = c_1 \left(\dfrac{0,09}{0,68}\right)^2 = 0,017517\ c_1$

Pérdidas tubería: $\dfrac{\lambda}{d_{tub}} \dfrac{v_{tub}^2}{2g} L\,\gamma = \dfrac{0,032}{0,68} \dfrac{(0,017517\ c_1)^2}{2g} \times 6000 \times 1 = 4,42.10^{-3}\ c_1^2$

$H_n = 300 - 0,00442\ c_1^2$

Pérdidas en el inyector h_d

$$h_d = \frac{c_1^2\ (1 - \phi^2)}{2 g \phi^2} = H_n (1 - \phi^2) = H_n - \frac{c_1^2}{2g} = \frac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2g} = \frac{(c_1/0,97)^2 - c_1^2}{2g} = 3,205.10^{-3}\ c_1^2$$

La altura neta desde el punto de vista del inyector es:
$$\begin{cases} H_n = \dfrac{c_1^2}{2g} + h_d = \dfrac{c_1^2}{2g} + 3,205.10^{-3}\ c_1^2 = 0,05422\ c_1^2 \\ H_n = \dfrac{c_{1t}^2}{2g} = \dfrac{(c_1/\phi_1)^2}{2g} = \dfrac{c_1^2}{2g\,\phi_1^2} = \dfrac{c_1^2}{2g\ 0,97^2} = 0,05422\ c_1^2 \end{cases}$$

Igualando las expresiones de H_n se obtiene la velocidad c_1:

$H_n = 300 - 0,00442\ c_1^2 = 0,05422\ c_1^2 \qquad c_1 = 71,52$ m/seg

Pérdidas en el inyector: $h_d = 3,205.10^{-3}\ c_1^2 = 3,205.10^{-3} \times 71,52^2 = 16,4$ m

ó tambien: $\dfrac{c_1^2}{2g} + h_d = \dfrac{c_1^2}{2g\,\phi_1^2}$; $h_d = \dfrac{c_1^2}{2g}\left(1 - \dfrac{1}{\phi_1^2}\right)$

Pérdidas en la tubería: $h_t = 4,42.10^{-3}\ c_1^2 = 4,42.10^{-3} \times 71,52^2 = 22,61$ m

b) Altura neta de la turbina

$H_n = 0,05422\ c_1^2 = 0,05422 \times 71,52^2 = 277,3$ m

Altura de Euler: Es el salto efectivo de la forma:

$$H_{ef} = \eta_{man} H_n = \left| \eta_{man} = \frac{2\,\phi_1^2\,\psi}{1+\psi} = \frac{2 \times 0,97^2 \times 0,85}{1,85} = 0,8646 \right| = 0,8646 \times 277,3 = 239,75 \text{ m}$$

c) Caudal

$$Q = \frac{\pi\ d_1^2}{4} c_1 = \frac{\pi \times 0,09^2}{4} \times 71,52 = 0,4548\ \frac{m^3}{seg}$$

d) Triángulos de velocidades

Entrada: $\begin{cases} c_1 = 71{,}52 \text{ m/seg} \;;\; \alpha_1 = \beta_1 = 0 \\ u_1 = 0{,}47\, c_1 = 0{,}47 \times 71{,}52 = 33{,}61 \text{ m/seg} \\ w_1 = c_1 - u_1 = 71{,}52 - 33{,}61 = 37{,}91 \text{ m/seg} \end{cases}$

Salida: $\begin{cases} \beta_2 = 5^\circ \;;\; w_2 = \psi\, w_1 = 0{,}85 \times 37{,}91 = 32{,}22 \text{ m/seg} \\ c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2\, c_2 w_2 \cos\beta_2} = \sqrt{33{,}61^2 + 32{,}22^2 - (2 \times 33{,}61 \times 32{,}22 \times \cos 5^\circ)} = 3{,}2 \text{ m/seg} \\ \text{sen}\,\alpha_2 = \dfrac{w_2 \text{ sen}\,\beta_2}{c_2} = \dfrac{32{,}22 \text{ sen } 5^\circ}{3{,}2} = 0{,}8775 \qquad \alpha_2 = 61{,}34^\circ \end{cases}$

El salto efectivo se puede obtener también en la forma:

$$H_{efectivo} = \frac{c_1\, u_1 \cos\alpha_1 - c_2\, u_2 \cos\alpha_2}{g} = \frac{(71{,}52 \times 33{,}61) - (3{,}2 \times 33{,}61 \cos 61{,}34^\circ)}{g} = 240 \text{ m}$$

y el rendimiento manométrico con $\eta_{vol} = 1$

$$\eta_{man} = \frac{H_{efectivo}}{H_n} = \frac{240}{277{,}3} = 0{,}8653 = 86{,}53\%$$

o también:

$$\eta_{man} = \frac{2\,\phi_1^2\,\psi}{1 + \psi} = \frac{2 \times 0{,}97^2 \times 0{,}85}{1 + 0{,}85} = 0{,}8646 = 86{,}46\%$$

Rendimiento hidráulico: $\eta_{hidráulico} = \eta_{man} \,.\, \eta_{vol} = 0{,}8653 \times 1 = 86{,}53\%$

e) Potencia útil en el eje de la máquina

La potencia útil se conoce también como potencia al freno

$$N = \frac{\gamma\, Q\, H_n\, \eta}{75} = \left| \eta = \eta_{vol}\, \eta_{mec}\, \eta_{man} = 1 \times 0{,}88 \times 0{,}8653 = 0{,}7614 \right| =$$

$$= \frac{1000 \times 0{,}4548 \times 277{,}3 \times 0{,}7614}{75} = 1280 \text{ CV} = 0{,}94 \text{ MW}$$

****

6.- Una turbina hidráulica funcionando con un caudal de 9,1 m³/seg y salto neto de 100 m, gira a 500 rpm. Los triángulos de velocidades se han proyectado para que el rendimiento manométrico sea óptimo.
La potencia al freno es de 9000 CV, con un rendimiento mecánico del 0,987.
Determinar

a) El grado de reacción
b) Rendimiento global, manométrico y volumétrico
c) El caudal que sale por el aspirador difusor
d) Diámetros de entrada y salida del rodete; anchuras del rodete

---

RESOLUCION

Tipo de turbina; nº de revoluciones específico

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{500\sqrt{9000}}{100^{5/4}} = 150 \text{ (Francis normal)}$$

a) Grado de reacción

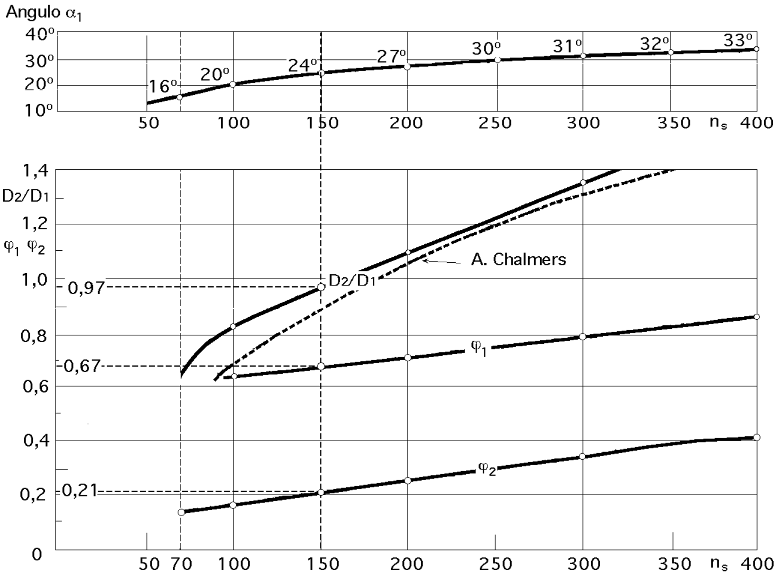
$$\sigma = 1 - (\phi_1^2 - \phi_2^2) = 1 - (0{,}67^2 - 0{,}21^2) = 0{,}595$$

Dimensiones del distribuidor b_1 y D_1, ángulo de ataque α_1 y coeficientes óptimos de velocidad ϕ_1 y ϕ_2 para turbinas Francis en función de n_s

Se obtiene: $\phi_1 = 0{,}67 \;;\; \phi_2 = 0{,}21 \;;\; \alpha_1 = 24^\circ$

El valor de ϕ_2 se podía haber obtenido, también, en la forma:

$$\phi_2^2 = \frac{c_2^2}{2\,g\,H_n} = 5{,}57.10^{-5}\, n_s^{4/3} \qquad \phi_2 = 7{,}465.10^{-3}\, n_s^{2/3} = 0{,}007465 \times 150^{2/3} = 0{,}21$$



b) Rendimiento global, manométrico y volumétrico

Rendimiento global η

Potencia al freno: $N\,(CV) = \dfrac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75}$; $9000\ CV = \dfrac{1000 \times 9{,}1 \times 100\ \eta}{75}$; $\eta = 0{,}7417 = 74{,}17\%$

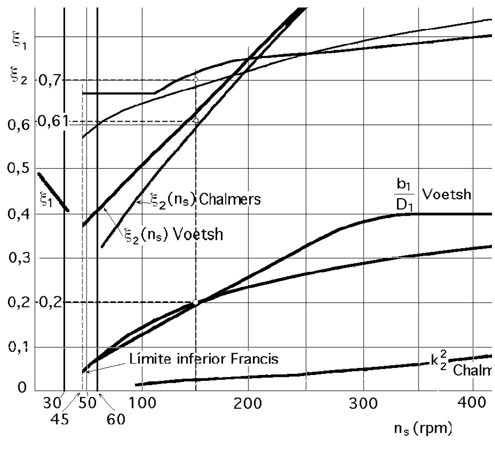
$$\eta_{man\ (\alpha_2 = 90°)} = \frac{c_1\ u_1 \cos \alpha_1}{g\ H_n} = \left| \begin{array}{l} c_1 = \phi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0{,}67\ \sqrt{2\ g \times 100} = 29{,}66\ m/seg \\ \text{Para: } n_s = 150 \qquad \xi_1 = 0{,}7 \\ u_1 = \xi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0{,}7 \sqrt{2\ g \times 100} = 31\ m/seg \end{array} \right| = 0{,}857 = 85{,}7\%$$

$$\eta = \eta_{vol} \cdot \eta_{man} \cdot \eta_{mec} \quad ; \quad \eta_{vol} = \frac{\eta}{\eta_{man} \cdot \eta_{mec}} = \frac{0{,}7417}{0{,}857 \times 0{,}987} = 0{,}877$$

Comprobación de η:

De la relación entre u_2 y n_s, se obtiene:

$$n = 0{,}2738\ \frac{n_s\ H_n^{3/4}}{\sqrt{Q\,\eta}} \qquad \eta = \frac{\{0{,}2738\ \dfrac{n_s\ H_n^{3/4}}{n}\}^2}{Q} = \frac{\{\dfrac{0{,}2738 \times 150 \times 100^{3/4}}{500}\}^2}{9{,}1} = 0{,}7414\ \text{(l.q.c)}$$



c) Caudal que sale por el aspirador difusor

$$Q_{salida} = \eta_{vol}\ Q = 0{,}877 \times 9{,}1 = 7{,}98\ \frac{m^3}{seg}$$

d) Diámetros de entrada y salida del rodete y anchura del rodete

Diámetro a la entrada

$$n = 84{,}55\ \frac{\xi_1}{D_1}\ \sqrt{H_n} \quad ; \quad D_1 = \frac{84{,}55\ \xi_1\ \sqrt{H_n}}{n} = \frac{84{,}55 \times 0{,}7 \times \sqrt{100}}{500} = 1{,}1837\ m$$

Anchura del rodete a la entrada:

$$\frac{b_1}{D_1} = 0{,}2 \quad ; \quad b_1 = 0{,}2\, D_1 = 0{,}2 \times 1{,}1837 \text{ m} = 0{,}2367 \text{ m}$$

Diámetro a la salida D_2:

$$\left.\begin{array}{l} u_2 = \xi_2 \sqrt{2\, g\, H_n} = \dfrac{D_2}{2}\,\dfrac{\pi n}{30} \\ u_2 = \xi_2 \sqrt{2\, g\, H_n} = 0{,}61\, \sqrt{2g \times 100} = 27 \text{ m/seg} \end{array}\right\} \qquad D_2 = \frac{60 \times 27}{500\, \pi} = 1{,}031 \text{ m}$$

****

7.- Dada una turbina Francis de características: $Q = 3$ m³/seg, $H_n = 200$ m y $n_s < 115$, conectada a un alternador de 50 ciclos/seg; $\eta = 0{,}85$

Determinar

a) Potencia

b) Elección de la velocidad rpm, sabiendo que $n_s < 115$

c) Dimensiones del rodete y del distribuidor

RESOLUCION

a) Potencia

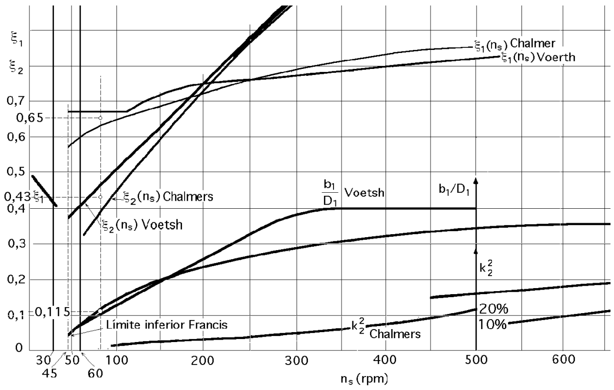
$$N = \frac{\gamma\, Q\, H_n\, \eta}{75} = \frac{1000 \times 3 \times 200 \times 0{,}85}{75} = 6800 \text{ CV}$$

b) Elección de la velocidad rpm

$$n_s = \frac{n \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{n \sqrt{6800}}{200^{5/4}} = 0{,}10964\; n < 115 \qquad n < \frac{115}{0{,}10964} \quad ; \quad n < 1050 \text{ rpm}$$

$$Z\, n = 3000 \begin{cases} \text{Para } Z = 3 \text{ pares de polos} & n = \dfrac{3000}{3} = 1000 \text{ rpm} \\ \text{Para } Z = 4 \text{ pares de polos} & n = \dfrac{3000}{4} = 750 \text{ rpm} \end{cases}$$

Por seguridad se tomará: $Z = 4$ $\quad n = 750$ rpm $\;$; $n_s = 0{,}10964 \times 750 = 82{,}23$, Francis lenta



c) Dimensiones del rodete y del distribuidor

$$\text{Para } n_s = 81{,}5 \text{ rpm, se obtiene: } \left\{ \xi_1 = 0{,}65 \;;\; \xi_2 = 0{,}43 \;;\; \frac{b_1}{D_1} = 0{,}115 \right\}$$

$$u_1 = \xi_1 \sqrt{2\, g\, H_n} = 0{,}65 \sqrt{2\, g \times 200} = 40{,}7 \text{ m/seg} = \frac{D_1\, \pi\, n}{60} \qquad \boxed{D_1 = 1{,}036 \text{ m}}$$

$$u_2 = \xi_2 \sqrt{2\, g\, H_n} = 0{,}43 \sqrt{2\, g \times 200} = 26{,}9 \text{ m/seg} = \frac{D_2\, \pi\, n}{60} \qquad \boxed{D_2 = 0{,}6696 \text{ m}}$$

$$b_1 = 0{,}115\, D_1 = 0{,}115 \times 1{,}036 = 0{,}1191 \text{ m}$$

Utilizando la Fórmula de Ahlfors se obtiene:

$$D_2 = 4{,}375 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} = 4{,}375 \sqrt[3]{\frac{3}{750}} = 0{,}695 \text{ m}$$

****

8.- Una turbina Francis está acoplada directamente a un alternador de 5 pares de polos. El caudal es de 1 m³/seg. Los diámetros de entrada y salida de los álabes son 1 m y 0,45 m, y las secciones de paso, entre álabes, de 0,14 m²

y 0,09 m². El ángulo α_1= 10º, y β_2= 45º. El rendimiento manométrico de esta turbina es 0,78.
Determinar

a) Los triángulos de velocidades
b) La altura neta
c) El par motor y potencia de la turbina
d) El nº de revoluciones específico
e) El caudal, altura neta, potencia y par motor, si se cambia el alternador por otro de 4 pares de polos.

RESOLUCION

Nº de r.p.m. : $n = \frac{60\ f}{z} = \frac{3000}{5} = 600$ rpm

a) Triángulos de velocidades

Entrada:

$$u_1 = \frac{D_1 \pi n}{60} = \frac{1 \times \pi \times 600}{60} = 31{,}4 \text{ m/seg}$$

$$c_{1m} = \frac{Q}{\Omega_1} = \frac{1 \text{ m}^3\text{/seg}}{0{,}14 \text{ m}^2} = 7{,}14 \text{ m/seg} \qquad c_1 = \frac{c_{1m}}{\text{sen}\ \alpha_1} = \frac{7{,}14}{\text{sen}10º} = 41{,}12 \text{ m/seg}$$

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2 - 2\ c_1 u_1 \cos \alpha_1} = \sqrt{41{,}12^2 + 31{,}4^2 - (2 \times 41{,}12 \times 31{,}4 \cos 10º)} = 11{,}56 \text{ m/seg}$$

$$w_1 \text{ sen } \beta_1 = c_{1m} \qquad \text{sen } \beta_1 = \frac{c_{1m}}{w_1} = \frac{7{,}14}{11{,}56} = 0{,}6176 \quad ; \quad \beta_1 = 38{,}14º$$

Salida:

$$u_2 = \frac{D_2 \pi n}{60} = \frac{0{,}45 \times \pi \times 600}{60} = 14{,}14 \text{ m/seg}$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{\Omega_2} = \frac{1 \text{ m}^3\text{/seg}}{0{,}09 \text{ m}^2} = 11{,}1 \text{ m/seg} = c_2 \text{ sen } \alpha_2$$

$$w_2 = \frac{c_{2m}}{\text{sen } \beta_2} = \frac{11{,}1}{\text{sen } 45º} = 15{,}7 \text{ m/seg}$$

$$c_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2 u_2 w_2 \cos \beta_2} = \sqrt{15{,}7^2 + 14{,}14^2 - (2 \times 15{,}7 \times 14{,}14 \cos 45º)} = 11{,}5 \text{ m/seg}$$

$$\text{sen } \alpha_2 = \frac{11{,}1}{11{,}5} = 0{,}9648 \quad ; \quad \alpha_2 = 74{,}85º$$

b) Altura neta

$$H_n = \frac{c_1 u_1 \cos \alpha_1 - c_2 u_2 \cos \alpha_2}{g\ \eta_{man}} = \frac{41{,}11 \times 31{,}4 \cos 10º - 11{,}5 \times 14{,}4 \cos 74{,}85º}{0{,}78\ g} = 160{,}74 \text{ m}$$

c) Potencia de la turbina

$$N = N_u = \frac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75} = |\ \eta = \eta_{man}\, \eta_{org}\, \eta_{vol} = 0{,}78 \times 1 \times 1 = 0{,}78\ | = \frac{1000 \times 1 \times 160{,}74 \times 0{,}78}{75} = 1671 \text{ CV} =$$

$$= 125.377 \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}} = 1{,}23 \text{ MW}$$

Par motor:

$$C = \frac{N}{w} = \frac{30\ N}{\pi n} = \frac{30 \times 125.377 \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}}}{600\ \pi} = 1995{,}4 \text{ m.Kg}$$

d) Nº de revoluciones específico

$$n_s = \frac{600 \sqrt{1671{,}7}}{160{,}74^{5/4}} = 42{,}86 \text{ (Francis lenta)}$$

e) Caudal, altura neta, potencia y par motor, si se cambia el alternador por otro de 4 pares de polos.

Para 4 pares de polos: $n' = \frac{3000}{4} = 750$ rpm

El rendimiento se mantiene prácticamente constante:

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{H_n}{H'_n}} = \frac{Q}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{N}{N'}} = \sqrt{\frac{C}{C'}}$$

$$\frac{600}{750} = \sqrt{\frac{160,74\ m}{H'_n}} = \frac{1\ (m^3/seg)}{Q'} = \sqrt[3]{\frac{1671,7\ CV}{N'}} = \sqrt{\frac{1995,4\ m.kg}{C'}}$$

Resolviendo se obtiene:

$H'_n = 251,15$ m ; $Q' = 1,25\ \frac{m^3}{seg}$; $N' = 3265$ CV ; $C' = 3118$ mKg

Diámetros de la turbina:

$$D_2 = \frac{60\ u_2}{\pi n} = \frac{60 \times 14,14\ \frac{m}{seg}}{\pi \times 600\ \frac{1}{seg}} = 0,450\ m$$

$$D_1 = \frac{60\ u_1}{\pi n} = \frac{60 \times 31,4\ \frac{m}{seg}}{\pi \times 600\ \frac{1}{seg}} = 1\ m \quad ó \quad D_1 = D_2\ \frac{u_1}{u_2} = 0,45 \times \frac{31,4}{14,14} = 1\ m$$

****

9.- Una turbina Francis gira a 600 rpm y en ella entra un caudal de 1 m³/seg. Los diámetros de entrada y salida son de 1 m y 0,45 m respectivamente, y las secciones entre álabes correspondientes de 0,14 m² y 0,09 m². El ángulo de salida del agua del distribuidor es de 12º, el ángulo de salida de la rueda β_2 = 45º y el rendimiento manométrico de la turbina del 78%.

Determinar

a) El salto neto

b) El par y la potencia sobre el eje

RESOLUCION

Triángulos de velocidades

$$\text{Entrada:}\ \begin{cases} u_1 = \dfrac{D_1\ \pi n}{60} = \dfrac{1 \times \pi \times 600}{60} = 31,4\ m/seg \\ c_{1m} = \dfrac{Q}{\Omega_1} = \dfrac{1\ m^3/seg}{0,14\ m^2} = 7,14\ m/seg \\ c_{1n} = c_1\ \cos\alpha_1 = c_{1m}\ \text{cotg}\ \alpha_1 = 7,14\ \text{cotg}\ 12º = 33,6\ m/seg \end{cases} \quad c_1 = \frac{c_{1m}}{\text{sen}\ \alpha_1} = \frac{7,14}{\text{sen}\ 12º} = 34,34\ \frac{m}{seg}$$

$$w_1 = \sqrt{u_2^2 + c_1^2 - 2\ c_1 u_1 \cos\alpha_1} = \sqrt{31,4^2 + 34,34^2 - (2 \times 31,4 \times 34,34 \times \cos 12º)} = 7,47\ m/seg$$

$$\text{sen}\ \beta_1 = \frac{c_{1m}}{w_1} = \frac{7,14}{7,47} = 0,9558 \qquad \beta_1 = 72,9º$$

$$\text{Salida:}\ \begin{cases} u_2 = \dfrac{D_2\ \pi n}{60} = \dfrac{0,45 \times \pi \times 600}{60} = 14,14\ m/seg \\ c_{2m} = \dfrac{Q}{\Omega_2} = \dfrac{1\ m^3/seg}{0,09\ m^2} = 11,1\ m/seg \\ w_2 = \dfrac{c_{2m}}{\text{sen}\ \beta_2} = \dfrac{11,1}{\text{sen}\ 45º} = 15,7\ m/seg \end{cases} \quad c_{2n} = u_2 - w_2 \cos\beta_2 = 14,14 - 15,7 \cos 45º = 3,038\ \frac{m}{seg}$$

$$\text{tg}\ \alpha_2 = \frac{c_{2m}}{c_{2n}} = \frac{11,1}{3,038} = 3,6532 \qquad \alpha_2 = 74,7º$$

a) Salto neto

$$H_n = \frac{u_1\ c_{1n} - u_2\ c_{2n}}{g\ \eta_{man}} = \frac{(31,4 \times 33,6) - (14,14 \times 3,038)}{0,78\ g} = 132,4\ m$$

b) Potencia en el eje

$$N = \frac{\gamma Q\ H_n\ \eta}{75} = \left|\ \eta = \eta_{man} \eta_{org} \eta_{vol} = 0,78 \times 1 \times 1 = 0,78\ \right| = \frac{1000 \times 1 \times 132,4 \times 0,78}{75} = 1377\ CV = 103270\ \frac{Kgm}{seg}$$

Par motor

$$C = \frac{30\ N}{n\ \pi} = \frac{30 \times 103270\ \text{(Kgm/seg)}}{600\ \pi} = 1643{,}6\ \text{(m.kg)}$$

Tipo de turbina:

$$n_s = \frac{600\ \sqrt{1377}}{132{,}4^{5/4}} = 49{,}6\ \text{(Francis lenta)}$$

****

10.- Se tiene una turbina de las siguientes características: H_n = 256 m ; n = 500 rpm ; Q = 11 m³/seg.
Determinar:

a) El tipo de turbina
b) El rendimiento manométrico máximo, sabiendo que $\eta_{vol} = 1$
c) El grado de reacción
d) Los diámetros de entrada y salida y altura del distribuidor
e) La altura del aspirador difusor, sabiendo que el rendimiento del mismo es 0,85
f) La cámara espiral

RESOLUCION

a) Tipo de turbina: Como de lo único que se trata es de conocer el tipo de turbina, se puede dar al rendimiento un valor promediado según la ecuación aproximada:

$$N = 11\ Q\ H_n = 11 \times 11\ \frac{m^3}{seg} \times 256\ m = 30.976\ CV$$

$$n_s = \frac{n\ \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{500\ \sqrt{30.976}}{256^{5/4}} = 86\ \text{(Francis lenta)}$$

b) Rendimiento manométrico máximo

$$\eta_{man} = 2\ (\xi_1\ \mu_1 - \xi_2\ \mu_2) = \left| \begin{matrix} \text{Rendimiento máximo} \\ \vec{c}_2 \quad \vec{u}_2\ ;\ c_{2n} = 0\ ;\ \mu_2 = 0 \end{matrix} \right| = 2\ \xi_1\ \mu_1$$

Para un valor de $n_s \approx 86$, se obtiene: $\phi_1 = 0{,}63$; $\phi_2 = 0{,}14$; $\xi_1 = 0{,}67$; $\xi_2 = 0{,}45$; $\alpha_1 = 18^o$

$$c_{1n} = c_1\ \text{sen}\ \alpha_1 = \mu_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = \phi_1\ \cos\ \alpha_1 \sqrt{2\ g\ H_n} \qquad \mu_1 = \phi_1\ \cos\ \alpha_1 = 0{,}63\ \cos\ 18^o = 0{,}60$$

$$\eta_{man} = 2\ \xi_1\ \mu_1 = 2 \times 0{,}67 \times 0{,}6 = 0{,}804 = 80{,}4\%$$

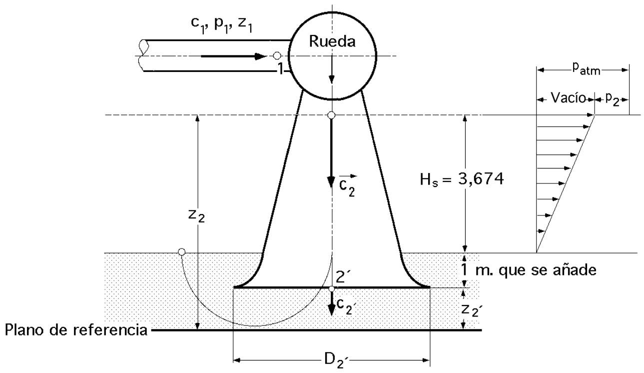
Con este valor habría que volver a calcular N y n_s mediante una segunda iteración:

$$N = \frac{\gamma\ Q\ H_n\ \eta}{75} = \frac{1000 \times 11 \times 256 \times 0{,}804}{75} = 30187\ CV$$

$$n_s = \frac{n\ \sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \frac{500\ \sqrt{30.187}}{256^{5/4}} = 84{,}8\ \text{(Francis lenta). Prácticamente igual}$$

c) Grado de reacción

$$\sigma = 1 - (\phi_1^2 - \phi_2^2) = 1 - (0{,}63^2 - 0{,}14^2) = 0{,}6227$$



d) Diámetros de entrada y salida

$$D_1 = \frac{60\ u_1}{\pi n} = \left\{ u_1 = \xi_1 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0,67\ \sqrt{2\ g \times 256} = 47,46\ \frac{m}{seg} \right\} = \frac{60 \times 47,46}{500\ \pi} = 1,81\ m$$

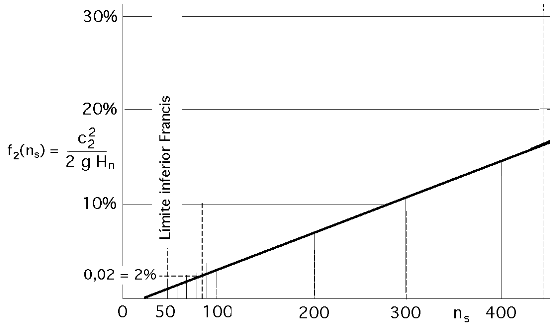
$$D_2 = \frac{60\ u_2}{\pi\ n} = \left\{ u_2 = \xi_2 \sqrt{2\ g\ H_n} = 0,45\ \sqrt{2\ g \times 256} = 31,87\ \frac{m}{seg} \right\} = \frac{60 \times 31,87}{500\ \pi} = 1,217\ m$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{1,217}{1,81} = 0,67$$

Altura del distribuidor = altura del álabe a la entrada

$$\frac{b_1}{D_1} = 0,12 \qquad b_1 = 0,12\ D_1 = 0,12 \times 1,81 = 0,217\ m$$

e) Altura del aspirador difusor, sabiendo que el rendimiento del mismo es 0,85



$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\ g}\ \eta_d$$

$$\frac{p_{atm}}{\gamma} = 10,33\ m$$

$$\frac{p_2}{\gamma\ H_n} = 0,009 \quad ; \quad \frac{p_2}{\gamma} = 0,009 \times H_n = 0,009 \times 256 = 2,304\ m$$

Cálculo de c_2 :

$$\begin{cases} 1^a \text{ forma: } \dfrac{c_2^2}{2\ g\ H_m} = f_2(n_s) = \phi_2^2 = 0,14^2 = 0,0196 & \dfrac{c_2^2}{2\ g} = 0,0196 \times 256 = 5,1\ m \\ 2^a \text{ forma: } n_s = 86 \qquad \phi_2 = 0,14\ ;\ c_2 = 0,14\ \sqrt{2\ g \times 256} = 9,91 & \dfrac{c_2^2}{2\ g} = \dfrac{9,91^2}{2\ g} = 5,01\ m \end{cases}$$

$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\ g}\ \eta_d \quad ; \quad H_s \leq (10,33 - 2,304) - (5,1 \times 0,85) = 3,674\ m$$

Valor de $D_{2'}$.- Como en 2' la velocidad ($c_{2'} \leq 1$ m/seg), el valor de $D_{2'}$ se puede hallar en la forma:

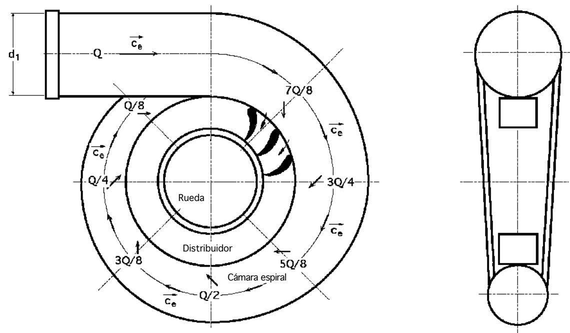
$$c_{2'} = \frac{Q}{\Omega_{2'}} = \frac{4\ Q}{\pi\ D_{2'}^2} = \frac{4 \times 11}{\pi\ D_{2'}^2} = 1\ \frac{m}{seg} \quad ; \quad D_{2'} = 3,74\ m \quad ; \quad r_{2'} = 1,87\ m$$

Profundidad $z_{2'}$ a la que tiene que ir la solera:

$$\text{Präsil: } k = z_2\ r_2^2 = z_{2'}\ r_{2'}^2 = \{ z_2 = 3,67 + 1 + z_{2'}) = 4,67 + z_{2'} \} = (4,67 + z_{2'})\ r_2^2 = (4,67 + z_{2'})\ 0,609^2 = 1,87^2\ z_{2'}$$

$$z_{2'} = 0,554\ m$$

f) Cámara espiral: Si es metálica: $c_e = 0,18 + 0,28\ \sqrt{2\ g\ H_n} = 0,18 + 0,28\ \sqrt{2\ g \times 256} = 20$ m/seg



Se puede dividir la cámara espiral en 8 partes, de forma que:

$$\Omega_1 = \frac{Q}{c_c} = \frac{\pi\ d_1^2}{4} \quad ; \quad d_1 = 1{,}128\sqrt{\frac{Q}{c_e}} = 1{,}128\sqrt{\frac{11}{20}} = 0{,}836\ \text{m}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{7}{8}}\ d_1 = 0{,}782\ \text{m} \qquad d_3 = \sqrt{\frac{6}{8}}\ d_1 = 0{,}724\ \text{m} \qquad d_4 = \sqrt{\frac{5}{8}}\ d_1 = 0{,}661\ \text{m}$$

$$d_5 = \sqrt{\frac{4}{8}}\ d_1 = 0{,}591\ \text{m} \qquad d_6 = \sqrt{\frac{3}{8}}\ d_1 = 0{,}512\ \text{m} \qquad d_7 = \sqrt{\frac{2}{8}}\ d_1 = 0{,}418\ \text{m}$$

$$d_8 = \sqrt{\frac{1}{8}}\ d_1 = 0{,}295\ \text{m}$$

****

11.- El modelo de la rueda de una turbina tiene un diámetro de 30 cm y desarrolla una potencia de 35 CV bajo un salto neto de 7,5 m a 1200 rpm
El prototipo ha de proporcionar 10.000 CV en un salto neto de 6 metros y un rendimiento del 90%.
El tubo de aspiración tiene que recobrar el 75% de la energía cinética a la salida
Determinar

a) El diámetro y la velocidad "n" del prototipo

b) Si el modelo comienza a cavitar cuando la presión a la entrada del tubo de aspiración es de 7 m por debajo de la presión atmosférica, ¿Cuál será la máxima altura de la rueda del prototipo por encima del nivel más bajo del río para evitar la cavitación en una central instalada en una montaña en donde la presión atmosférica es de 0,85 Kg/cm², y el agua se encuentra a 20ºC?

RESOLUCION

El rendimiento máximo en el modelo y en el prototipo son iguales, por lo que los triángulos de velocidades son geométricamente semejantes, pero las velocidades son distintas, por lo que las presiones serán diferentes.

a) Diámetro y velocidad "n" del prototipo

En el punto de funcionamiento con rendimiento máximo: $n_{s\ mod} = n_{s\ prot}$

$$n_s = \frac{1200\ \sqrt{35}}{7{,}5^{5/4}} = \frac{n_{prot}\ \sqrt{10000}}{6^{5/4}} \qquad n_{prot} = 53{,}7\ \text{rpm}\ \ (\text{Velocidad del prototipo})$$

$$n_s = \frac{1200\ \sqrt{35}}{7{,}5^{5/4}} = 572 \quad (\text{Turbina hélice}) \qquad D_p = D_{1p} = D_{2p}$$

Diámetro D_p.- Al ser los triángulos de velocidades semejantes implica que los coeficientes óptimos también lo son, por lo que: $\xi_{mod} = \xi_{prot}$

$$\left.\begin{aligned} u_{mod} &= \xi_m \sqrt{2\ g\ H_{n(m)}} = \frac{\pi\ D_m\ n_m}{60} \\ u_{prot} &= \xi_p \sqrt{2\ g\ H_{n(p)}} = \frac{\pi\ D_p\ n_p}{60} \end{aligned}\right\} \qquad \sqrt{\frac{H_{n(m)}}{H_{n(p)}}} = \frac{(D\ n)_m}{(D\ n)_p} \quad ; \quad \sqrt{\frac{7{,}5}{6}} = \frac{0{,}3 \times 1200}{D_p \times 53{,}7} \qquad D_p = 6\ \text{m}$$

b) El modelo comienza a cavitar cuando la presión a la entrada del tubo de aspiración es de 7 m por debajo de la presión atmosférica

PROTOTIPO.- La máxima altura de la rueda del prototipo por encima del nivel más bajo del río para evitar la cavitación en una central instalada en una montaña en donde la presión atmosférica es de 0,85 Kg/cm², y el agua se encuentra a 20ºC, es:

$$H_{s\ prot} \le \frac{p_{atm\ (lugar)} - p_{2prot}}{\gamma} - \frac{c_{2prot}^2}{2\ g}\ \eta_d$$

en la que se ha supuesto que: $c'_{2\ prot} < 1$ m/seg $\qquad (c'_{2\ prot}/2\ g)$ es despreciable

Altitud sobre el nivel del mar	Presión atmosférica		Pérdidas de carga	Pérdidas por temperatura
metros	mm de Hg	metros c.a.	metros	metros
0	760	10,33	0,00	10ºC-0,125
100	751	10,21	0,12	15ºC-0,173
200	742	10,08	0,25	20ºC-0,236
300	733	9,96	0,37	25ºC-0,32

$\frac{p_{2prot}}{\gamma}$ es la presión a la salida de la rueda

$\frac{p_{atm}}{\gamma}$ (es la presión del lugar)

MODELO .- Como la turbina modelo se ha ensayado en Laboratorio ($p_{atm}/\gamma = 10,33$ m)

Semejanza de presiones: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo: } p_{2\,mod}/\gamma = H_{mod} \\ \text{Prototipo: } p_{2\,prot}/\gamma = H_{prot} \end{array} \right\} \quad \frac{p_{2\,prot}}{p_{2\,mod}} = \frac{H_{prot}}{H_{mod}} = \frac{6}{7,5} = 0,8$

Si el Laboratorio se supone está a nivel del mar, las pérdidas de presión debidas a la altura son nulas
A la temperatura de 20ºC el agua tiene unas pérdidas de presión debidas a la temperatura de 0,236 m

$$\frac{p_{2mod}}{\gamma} = (10,33 - 7) - \text{Pérdidas por temperatura} = 3,33 - 0,236 = 3,094 \text{ m}$$

PROTOTIPO

$$\frac{p_{2prot}}{\gamma} = 3,094 \times \frac{6}{7,5} = 2,475 \text{ m}$$

Velocidad $c_{2\,prot}$ del prototipo; a partir de la potencia se determina el caudal, en la forma:

$$N_{prot} = \frac{\gamma\,(Q\,H_n)_{prot}\,\eta}{75} \quad ; \quad 10000 \text{ CV} = \frac{1000 \times Q_{prot} \times 6 \times 0,9}{75} \qquad Q_{prot} = 138,88\ \frac{m^3}{seg}$$

Por la condición de rendimiento máximo, $c_2 \quad u_2 \qquad c_2 = c_{2m}$

$$c_{2(prot)} = \frac{4\,Q_{prot}}{\pi\,D^2_{2\,(prot)}} = \frac{4 \times 138,88}{\pi\,6^2} = 4,91 \text{ m/seg}$$

$$\frac{p_{atm}}{\gamma} \text{ (presión del lugar)} = 0,85 \times 10,33 = 8,78 \text{ m}$$

$$H_s \le (8,78 - 2,475) - \frac{4,91^2}{2\,g} \times 0,75 = 5,38 \text{ m}$$

que parece un poco elevado, por cuanto para turbinas hélice $H_s < 4$ m, pero hay que tener en cuenta que está calculado a potencia máxima.

De otra forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo: } H_{mod} = \dfrac{c^2_{2m\,(mod)}}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(mod)}}{\gamma} + z_{2\,(mod)} \\ \text{Prototipo: } H_{prot} = \dfrac{c^2_{2m\,(prot)}}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(prot)}}{\gamma} + z_{2\,(prot)} \end{array} \right. \qquad \text{con: } z_{2\,(mod)} \approx z_{2\,(prot)}$$

$$\text{Prototipo: } \left\{ \begin{array}{l} N_{prot} = \dfrac{1000\,Q_{prot}\ 6 \times 0,9}{75} = 10.000 \text{ CV} \\ Q_{prot} = 138,88\ \dfrac{m^3}{seg} = c_{2m\,(prot)}\ \dfrac{\pi D^2_{2\,(prot)}}{4} = c_{2\,(prot)}\ \dfrac{\pi \times 6^2}{4} \qquad c_{2\,(prot)} = 4,91 \text{ m/seg} \end{array} \right.$$

$$\text{Modelo: } \left\{ \begin{array}{l} N_{mod} = \dfrac{1000\,Q_{mod}\ 7,5 \times 0,9}{75} = 35 \text{ CV} \\ Q_{mod} = 0,388\ \dfrac{m^3}{seg} = c_{2m\,(mod)}\ \dfrac{\pi\,D^2_{2\,(mod)}}{4} = c_{2\,(mod)}\ \dfrac{\pi \times 7,5^2}{4} \qquad c_{2\,(mod)} = 5,50 \text{ m/seg} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo: } 7,5 = \dfrac{5,5^2}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(mod)}}{\gamma} \qquad \dfrac{p_{2\,(mod)}}{\gamma} = 7,5 - \dfrac{5,5^2}{2\,g} = 5,96 \text{ m.c.a.} \\ \text{Prototipo: } 6 = \dfrac{4,91^2}{2\,g} + \dfrac{p_{2\,(prot)}}{\gamma} \qquad \dfrac{p_{2\,(prot)}}{\gamma} = 6 - \dfrac{4,91^2}{2\,g} = 4,775 \text{ m.c.a.} \end{array} \right\} \quad \frac{p_{2\,(prot)}}{p_{2\,(mod)}} = \frac{4,775}{5,96} = 0,801$$

****

12.- Una turbina Francis está conectada en acoplamiento directo a un alternador de 11 pares de polos. En su punto de funcionamiento se tiene: $H_n = 45$ m ; N = 3660 kW; η = 89% ; η_{mec}= 98,4% ; $\eta_{vol} = 1$
Si se considera que el plano de comparación coincide con el nivel inferior del agua, aguas abajo, la entrada en el rodete se encuentra a 2,1 m y la salida del mismo a 1,8 m. El rodete tiene un diámetro $D_1 = 1,55$ m.
Las presiones a la entrada y salida del rodete son: 23,5 m.c.a. y (-2,5) m.c.a. respectivamente
El agua sale del rodete con $\alpha_2 = 90º$, siendo constante la velocidad del flujo en todo el rodete, $c_{1m} = c_{2m}$
Las velocidades a la entrada y salida del tubo de aspiración son: $c_2 = 6$ m/seg y $c_2' = 1$ m/seg, respectivamente.
Pérdidas en la tubería, despreciables
Determinar:
- ***a) Angulo β_1 de los álabes del rodete a la entrada***
- ***b) Caudal y diámetro de salida del tubo de aspiración***
- ***c) Nº específico de revoluciones***
- ***d) Pérdidas en el rodete h_r, y en el distribuidor h_d***
- ***e) Pérdidas en el tubo de aspiración h_s y h_s'***
- ***f) Altura del tubo de aspiración; rendimiento***

RESOLUCION

a) Angulo β_1 de los álabes del rodete a la entrada

$$\beta_1 = \text{arc tg}\,\frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1n}}$$

$$n = \frac{3000}{Z} = \frac{3000}{11} = 272,7 \text{ rpm}$$

$$u_1 = \frac{D_1}{2}\,\frac{\pi n}{30} = \frac{1,55}{2}\,\frac{272,7\,\pi}{30} = 22,13 \text{ m/seg}$$

Al no haber pérdidas en la tubería, $h_t = 0$, resulta: $H_n = H$ $\qquad \eta_{man}\, H\, g = u_1\, c_{1n}$

$$c_{1n} = \frac{\eta_{man}\, H\, g}{u_1} = \left|\, \eta_{man} = \frac{\eta}{\eta_{vol}\,\eta_{mec}} = \frac{0,89}{1 \times 0,984} = 0,9045 \,\right| = \frac{0,9045 \times 45 \times g}{22,13} = 18,02 \text{ m/seg}$$

$c_{1m} = c_{2m} = c_2 = 6$ m/seg

$$\beta_1 = \text{arc tg}\,\frac{6}{22,13 - 18,02} = 55,71º$$

b) Caudal

$$N = \gamma Q\, H_u = \gamma Q\, H_n\, \eta \qquad Q = \frac{N}{\gamma H_n \eta} = \{ H = H_n \} = \frac{3660 \times 102 \text{ (Kgm/seg)}}{1000 \text{ (kg/m}^3) \times 45 \text{ m} \times 0,89} = 9,3\, \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}$$

Diámetro de salida del tubo de aspiración

$$Q = \frac{\pi d_2'^2}{4}\, c_2' \;;\; d_2' = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi c_2'}} = \sqrt{\frac{4 \times 9,3}{\pi \times 1}} = 3,445 \text{ m}$$

c) Nº específico de revoluciones

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left|\, N = 3660 \text{ kW} = 4977,5 \text{ CV} \,\right| = \frac{272,7\,\sqrt{4977,5}}{45^{5/4}} = 165 \text{ rpm}$$

d) Pérdidas en el rodete h_r

Aplicando Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_r + H_{ef} = H_n$$

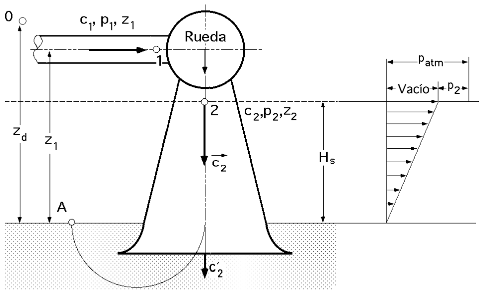
$$H_{ef} = \frac{H_u}{\eta_{mec}} = \eta_{man}\, H_n = 0,9045 \times 45 = 40,7 \text{ m}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 23,5 \text{ m.c.a.} \;;\; \frac{p_2}{\gamma} = -2,5 \text{ m.c.a} \qquad \text{(presiones relativas)}$$

$z_1 = 2,1$ m.c.a. ; $z_2 = 1,8$ m.c.a.

$$\frac{c_1^2}{2\,g} = \frac{c_{1m}^2 + c_{1n}^2}{2\,g} = \frac{18{,}04^2 + 6^2}{2\,g} = 18{,}44 \text{ m} \;\; ; \;\; \frac{c_2^2}{2\,g} = \frac{6^2}{2\,g} = 1{,}836 \text{ m}$$

$$h_r = \frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \{\frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + H_{ef}\} = 23{,}5 + 2{,}1 + 18{,}44 - \{1{,}836 - 2{,}5 + 1{,}8 + \;40{,}7\} = 2{,}204 \text{ m}$$



Pérdidas en el distribuidor h_d.- Aplicando Bernoulli entre 0 y 1:

$$\frac{c_0^2}{2\,g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 = H_n = \frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + h_d$$

$$h_d = H_n - \{\frac{c_1^2}{2\,g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\} = 45 - \{18{,}44 + 23{,}5 + 2{,}1\} = 0{,}96 \text{ m}$$

e) Pérdidas en el tubo de aspiración h_s y h_s'.- Aplicando Bernoulli entre 2 y A:

$$\frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{c_A^2}{2\,g} + \frac{p_A}{\gamma} + z_A + h_s + h_s'$$

$$h_s' = \frac{c_{2'}^2}{2\,g} = \frac{1}{2\,g} = 0{,}05097 \text{ m}$$

$$h_s = \frac{c_2^2}{2\,g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 - \{\frac{c_A^2}{2\,g} + \frac{p_A}{\gamma} + z_A + h_s'\} = 1{,}836 - 2{,}5 + 1{,}8 - \{0 + 0 + 0 + 0{,}05097\} = 1{,}085 \text{ m}$$

f) Altura del tubo de aspiración; rendimiento

La altura de aspiración la da el enunciado: $z_2 = H_s = 1{,}8$ m

$$\eta_d = \frac{\dfrac{c_2^2 - c_2'^2}{2\,g} - h_s}{\dfrac{c_2^2 - c_2'^2}{2\,g}} = \frac{1{,}836 - 0{,}05097 - 1{,}085}{1{,}836 - 0{,}05097} = 0{,}392 = 39{,}2\%$$

Comprobación:

$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{g} - \frac{c_2^2 - c_2'^2}{2\,g}\,\eta_d = 0 - (-2{,}5) - (1{,}836 - 0{,}05097) \times 0{,}392 = 1{,}8 \text{ m}$$

****

13.- Se tiene una turbina hidráulica de las siguientes características:

$H_n = 100$ m; $n = 500$ rpm ; $Q = 12$ m³/seg ; $\eta_{man} = 0{,}825$; $\eta_{mec} = 1$; $\eta_{vol} = 1$; $\eta_{dif} = 0{,}85$

Determinar el perfil del difusor y su altura

RESOLUCION

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} = \left| N = \frac{1000 \times 12 \times 100 \times 0{,}825}{75} = 13200 \text{ CV} \right| = \frac{500\sqrt{13200}}{100^{5/4}} = 180 \;\; \text{Francis normal}$$

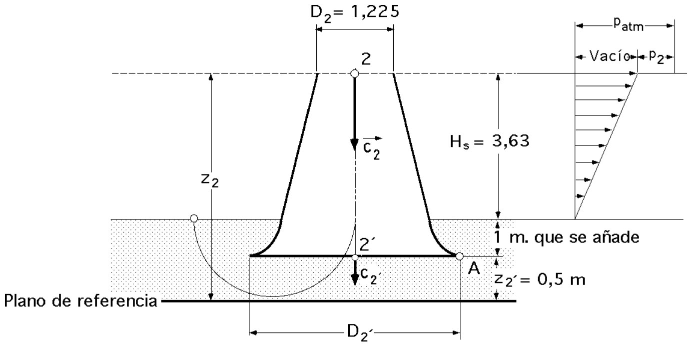
Altura máxima del aspirador-difusor

$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2\,g}\,\eta_d$$

Para $n_s = 180$ $\begin{cases} c_1 = \phi_1 \sqrt{2\,g\,H_n} = 0{,}67\sqrt{2\,g \times 100} = 29{,}66 \text{ m/seg} \\ c_2 = \phi_2 \sqrt{2\,g\,H_n} = 0{,}23\sqrt{2\,g \times 100} = 10{,}18 \text{ m/seg} \end{cases}$

A su vez: $\dfrac{p_2}{\gamma H_n} = 0{,}022$; $\dfrac{p_2}{\gamma} = 0{,}022\ H_n = 0{,}022 \times 100 = 2{,}2$ m

$$H_s \le (10{,}33 - 2{,}2) - (\frac{10{,}18^2}{2\ g} \times 0{,}85) = 3{,}63 \text{ m}$$



Diámetro D_2:

$$Q = c_{2m}\ \Omega_2 = |\ \alpha_2 = 90º\ | = c_2\ \Omega_2 \ ;\ \Omega_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{12}{10{,}18} = 1{,}179 \text{ m}^2 = \frac{\pi\ D_2^2}{4} \ ;\ \boxed{D_2 = 1{,}225 \text{ m}}$$

Aspirador difusor: Según Präsil es de la forma: $z\ r^2 = k$, en la que "k" se calcula a la salida con velocidad $c_{2'} < 1$ m/seg

$$k = z_2\ r_2^2 = z_2 \times (\frac{1{,}225}{2})^2 = 0{,}375\ z_2$$

Se puede tomar la solera como plano de comparación, por ejemplo a 0,5 m de la salida, es decir: $z_{2'} = 0{,}5$ m

La salida del difusor se puede poner, por ejemplo, a 1 m por debajo del nivel inferior

En consecuencia:

$$k = 0{,}375\ z_2 = 0{,}375\ (3{,}63 + 1 + 0{,}5) = 1{,}924$$

Para $z_{2'} = 0{,}5$ (punto A) $\qquad r_{2'} = \sqrt{\dfrac{k}{z_{2'}}} = \sqrt{\dfrac{1{,}924}{0{,}5}} = 1{,}96$ m

$$c_{2'} = \frac{12}{\pi\ r_{2'}^2} = \frac{12}{\pi \times 1{,}96^2} = 0{,}994 \frac{\text{m}}{\text{seg}} < 1 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \text{ (solución un poco ajustada)}$$

Habría que reducir un poco el valor de $z_{2'}$, por ejemplo a 0,45, con lo que se obtiene:

$$r_{2'} = \sqrt{\frac{1{,}924}{0{,}45}} = 2{,}0677 \text{ m}$$

$$c_{2'} = \frac{12}{\pi\ r_{2'}^2} = \frac{12}{\pi \times 2{,}0677^2} = 0{,}894 \frac{\text{m}}{\text{seg}} < 1 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \text{ (solución un poco menos ajustada)}$$

****

14.- Una turbina Pelton consume un caudal de 12 m³/seg, y arrastra un alternador; la masa total turbina-alternador M = 200 Tm.

El conjunto rotativo así constituido tiene un radio de inercia, $r = 0{,}55\ D_1/2$. Se puede asumir que el álabe a la salida tiene un ángulo $\beta_2 = 180º$.

Se despreciarán los efectos de rozamiento. En cada instante, el par motor se calculará como si la velocidad de rotación fuese constante.

Determinar

a) Suponiendo que la turbina está parada, se abren los inyectores y se forma un chorro igual al 10% del valor maximal. ¿Cuál será el tiempo necesario para que la turbina adquiera la velocidad óptima de régimen?

b) Si la turbina funciona a potencia maximal, y se produce una disfunción en la red que anula bruscamente el par resistente del alternador, ¿qué tiempo será necesario para que la velocidad del conjunto se incremente en un 25%?

c) Si en ese instante se inicia el cierre total de los inyectores, que dura 20 segundos, y suponiendo que ésto implica una variación lineal del caudal respecto del tiempo, ¿cuál será el aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo?¿Qué tiempo sería necesario para que la sobrevelocidad no sobrepase el 50% de la velocidad de régimen?

d) Si se dispone de un contrachorro, que sabemos actúa en sentido contrario al movimiento, y que consume un caudal igual al 5% del maximal. Si se admite que la cara que los álabes presentan a éste contrachorro le desvían 90º, calcular el tiempo de acción del contrachorro necesario para asegurar el frenado de la turbina, en ausencia del chorro principal, en los siguientes casos:

d.1.- Si se frena después de la velocidad de régimen normal,

d.2.- Si se frena después de la sobrevelocidad definida en el apartado (c)

RESOLUCION

Sabemos que:

$$I \frac{dw}{dt} = C_m - C_r = C$$

en la que I es el momento de inercia de todas las masas rotatorias y "w" la velocidad angular de la turbina.

El valor de I es:

$$I = M r^2$$

El par C varía con la velocidad angular "w", y es igual al producto de la fuerza media F que se ejerce sobre los álabes, multiplicada por el radio Pelton $R = D_1/2$, de la forma:

$$F = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - u_1) = \frac{2 \gamma Q}{g} (c_1 - R w)$$

$$C = F R = \frac{2 \gamma Q R}{g} (c_1 - R w)$$

Cuando se embala, se tiene:

$$c_1 = R w_{emb}$$

por lo que:

$$C = F R = \frac{2 \gamma Q R^2}{g} (w_{emb} - w) = I \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2 \gamma Q R^2}{g I} dt = \frac{2 \gamma Q R^2}{g M r^2} dt = \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R}{r})^2 dt$$

$$\ln \frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = - \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R}{r})^2 (t - t_0)$$

$$\frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_0} = \exp [- \frac{2 \gamma Q}{g M} (\frac{R}{r})^2 (t - t_0)] = \exp (- \frac{t - t_0}{T})$$

en la que w_0 es la velocidad angular de la turbina para, $t = t_0$, y T es una constante temporal de la forma:

$$T = \frac{g M}{2 \gamma Q} (\frac{r}{R})^2$$

a) Si la turbina está parada, se abren los inyectores y se forma un chorro igual al 10% del valor maximal, el tiempo necesario para que la turbina adquiera la velocidad óptima de régimen se calcula como sigue:

Si arranca con un caudal: $Q = 12\ m^3/seg \times 0,1 = 1,2\ m^3/seg$, que el radio de inercia: $r = 0,55\ R$, y que la masa es de 200 Tm, la constante temporal será:

$$T_1 = \frac{M}{2 \rho Q} (\frac{r}{R})^2 = \frac{200.000\ Kg}{2 \times 1000 \frac{Kg}{m^3} \times 1,2 \frac{m^3}{seg}} \times 0,55^2 = 25,25\ seg$$

Para: $t = 0 = t_0$, resulta, $w_0 = 0$

Para:t = t, si se considera que la velocidad nominal de régimen para una Pelton es la mitad de la velocidad maximal, embalamiento, (en general la velocidad de embalamiento suele ser del orden de 1,8 veces la velocidad nominal), por lo que el tiempo que la turbina tardará en alcanzar la velocidad de régimen es:

$$e^{-(t/T_1)} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{t}{T_1} = \ln 2 = 0,69 \quad ; \quad t = 0,69\ T_1 = 0,69 \times 25,25\ seg = 17,4\ seg$$

b) Si la turbina funciona a potencia maximal, y se produce una disfunción en la red que anula bruscamente el par resistente del alternador, el tiempo necesario para que la velocidad del conjunto se incremente en un 25% se cal-

cula como sigue:

La constante de tiempo correspondiente T_2 será 10 veces más pequeña que T_1, ya que el caudal será ahora el nominal, es decir 12 m³/seg:

$$T_1 = \frac{M}{2\,\rho\,Q}\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{200000 \text{ kg}}{2 \times 1000 \text{ (kg/m}^3) \times 12 \text{ (m}^3\text{/seg)}} \times 0{,}55^2 = 2{,}525 \text{ seg}$$

La velocidad angular de régimen es

$$w_1 = \frac{w_{emb}}{2} \;\;;\;\; n_1 = \frac{n_{emb}}{2}$$

y se pasa a una sobrevelocidad del 25%, es decir, a una velocidad angular, $w_2 = 1{,}25\ w_1$, $n_2 = 1{,}25\ n_1$, en un tiempo t_2, por lo que:

$$\frac{w_{emb} - w_2}{w_{emb} - w_1} = \frac{w_{emb} - 1{,}25\,\frac{w_{emb}}{2}}{w_{emb} - \frac{w_{emb}}{2}} = 0{,}75 = e^{(-t_2/T_2)} \;\;;\;\; t_2 = 0{,}288\ T_2 = 0{,}288 \times 2{,}525 \text{ seg} = 0{,}727 \text{ seg}$$

c) Si en ese instante se inicia el cierre total de los inyectores, que dura 20 segundos, y suponiendo que ésto implica una variación lineal del caudal respecto del tiempo, el aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo se calcula en la forma:

El aumento relativo de la velocidad angular en ese tiempo, $t_3 = 20$ seg, se obtiene considerando que:

$$Q = Q_0\left(1 - \frac{t}{t_3}\right)$$

por lo que:

$$\frac{dw}{w_{emb} - w} = \frac{2\ \rho\ Q\,R^2}{I}\,dt = \frac{2\ \rho\ Q\,R^2}{M\,r^2}\,dt = \frac{2\ \rho\ Q_0}{M}\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(1 - \frac{t}{t_3}\right)dt = \left(1 - \frac{t}{t_3}\right)\frac{dt}{T_2}$$

$$\int_w^{w_2} \frac{dw}{w_{emb} - w} = \ln \frac{w_{emb} - w}{w_{emb} - w_2} = -\frac{1}{T_2}\left(t - \frac{t^2}{2\,t_3}\right)$$

Al cabo del tiempo t_3 se obtiene otra velocidad angular w_3, tal que:

$$\ln \frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_2} = -\frac{1}{T_2}\left(t - \frac{t^2}{2\ t_3}\right) = -\frac{1}{T_2}\left(t_3 - \frac{t_3^2}{2\ t_3}\right) = -\frac{t_3}{2\,T_2}$$

y sustituyendo los valores : $t_3 = 20$ seg ; $T_2 = 2{,}525$ seg ; $w_2 = 1{,}25\ w_m/2$, resulta:

$$\ln \frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_2} = \ln \frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - \frac{1{,}25\ w_{emb}}{2}} = -\frac{20}{2 \times 2{,}525} = -3{,}9604 \;\;;\;\; w_3 = 0{,}9928\ w_{emb}$$

por lo que en esta situación, la turbina adquiere prácticamente la velocidad de embalamiento maximal, es decir el doble de la velocidad de régimen.

Tiempo necesario para que la sobrevelocidad no sobrepase el 50% de la velocidad de régimen

En esta situación la velocidad será w_3, y el tiempo t_3:

$$w_3 = \frac{1{,}5\ w_{emb}}{2} = 0{,}75\ w_{emb}$$

$$\ln \frac{w_{emb} - w_3}{w_{emb} - w_2} = \ln \frac{w_{emb} - 0{,}75\ w_{emb}}{w_{emb} - \frac{1{,}25\ w_{emb}}{2}} = \ln \frac{0{,}25}{0{,}375} = -0405 = -\frac{t_3}{2\,T_2} = \frac{t_3}{2 \times 2{,}525 \text{ seg}} \qquad t_3 = 2{,}04 \text{ seg}$$

No se puede cortar el caudal tan rápido por parte de los inyectores, bajo pena de provocar el golpe de ariete en el conducto de alimentación de los mismos, por lo que habría que desviar el chorro mediante el deflector.

d) Si se dispone de un contrachorro, que sabemos actúa en sentido contrario al movimiento, y que consume un caudal igual al 5% del maximal y se admite que la cara que los álabes presentan a éste contrachorro le desvían 90º, el tiempo de acción del contrachorro necesario para asegurar el frenado de la turbina, en ausencia del chorro principal, se calcula en la forma:

$$F = -\ \rho\ Q\ (c_1 + u_1)$$

$$C = -\ \rho\ Q\ R\ (c_1 + u_1) = -\ \rho\ Q\ R^2\ (w_{emb} + w)$$

En ausencia del chorro principal, la ecuación del movimiento es:

$$I \frac{dw}{dt} = C = -\rho\ Q_{contr.}\ R^2\ (w_{emb} + w) \quad ; \quad \frac{dw}{(w_{emb} + w)} = \frac{-\rho\ Q_{contr.}\ R^2}{I}\ dt = \frac{-\rho\ Q_{contr.}}{M}\ (\frac{R}{r})^2\ dt$$

y si Q es constante

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb} + w} = \frac{\rho\ Q_{contr.}}{M}\ (\frac{R}{r})^2\ t_4 = \frac{t_4}{T_4}$$

siendo:

$$Q_{contr.} = \frac{Q_0}{20} = \frac{12}{20} = 0{,}6\ m^3/seg \ ; \ T_4 = \frac{M\ r^2}{\rho\ Q_{contr.}\ R^2} = \frac{200.000 \times 0{,}55}{1000 \times 0{,}6 \times 1^2} = 100{,}83\ seg = 40\ T_2$$

Para obtener, w = 0, se necesita un tiempo:

$$\ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}} = \frac{t_4}{100{,}88} \quad ; \quad \boxed{t_4 = 100{,}88 \times \ln \frac{w_{emb} + w_0}{w_{emb}}}$$

d.1.- Si se frena después de la velocidad de régimen normal, se tiene que, $w_0 = 0{,}5\ w_{emb}$, por lo que el tiempo será:

$$t_4 = 100{,}88\ seg \times \ln \frac{w_{emb} + 0{,}5\ w_{emb}}{w_{emb}} = 100{,}88\ seg \times \ln 1{,}5 = 40{,}9\ seg$$

d.2.- Si se frena después de la sobrevelocidad definida en el apartado (c), es decir, $w_0 = 1{,}5\ w_{emb}$, por lo que el tiempo $t_4{}^*$ será:

$$t_4^* = 100{,}88\ seg \times \ln \frac{w_{emb} + 0{,}75\ w_{emb}}{w_{emb}} = 100{,}88\ seg \times \ln 1{,}75 = 56{,}45\ seg$$

****

INDICE

I.- TURBINAS HIDRÁULICAS: CLASIFICACIÓN

Introducción	1
Clasificación	1
Ruedas hidráulicas	2
Turbinas hidráulicas	2
Descripción sumaria de los principales tipos de turbinas	4

II.- TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES Y ECUACIÓN FUNDAMENTAL

Movimiento del agua	9
Pérdidas de carga en la turbina de reacción	10
Diagrama de presiones	11
Diagrama de presiones en la turbina de reacción	11
Diagrama de presiones en la turbina de acción	14
Fuerza que ejerce el agua a su paso entre los álabes en la turbina de reacción	14
Fuerza que ejerce el agua a su paso entre los álabes en la turbina de acción	14
Grado de reacción	15
Ecuación fundamental de las turbinas	15
Numero de revoluciones del rodete	16
Triángulos de velocidades	17
Rendimiento máximo	18
Caudal	19

III.- SALTOS HIDRÁULICOS

Concepto de salto en turbinas hidráulicas	21
Salto en las turbinas de reacción	21
Medida del salto neto en la turbina de reacción	23
Salto neto en la turbina Pelton de un inyector y de varios inyectores	24
Medida del salto efectivo en la turbina de reacción	25
Rendimiento manométrico	26
Velocidad de embalamiento	26
Velocidad sincrónica	27
Coeficientes óptimos de velocidad	27
Rendimientos manométrico, volumétrico, orgánico y global	29

IV.- SEMEJANZA

Semejanza de turbinas hidráulicas	31
Relaciones de semejanza	32
Velocidad específica	34
Número de revoluciones específico	34
Velocidad específica para el caso de varios rodetes iguales que trabajan bajo un mismo salto, a n rpm	35
Variación de las características de la turbina al variar el salto	36
Turbina unidad	37

V.- CURVAS CARACTERISTICAS Y COLINA DE RENDIMIENTOS

Características de las turbinas: caudal, par motor y potencia	39
Curvas en colina	40
Curvas de rendimientos para Hn y n constantes, en función del caudal y de la potencia	41
Curvas características de la turbina unidad	42

VI-TURBINA PELTON

Funcionamiento	45
Regulación	47
Triángulos de velocidades	48
Relación entre el diámetro de la rueda, el del chorro, y el nº esp. de rev., para la turbina de un inyector	49
Cazoletas	51
Fuerzas que actúan sobre las cazoletas	52
Curvas características con salto constante, de caudal, potencia, par motor y rendimiento	53
Turbina Pelton unidad	54
Semejanza, caudal, par motor, potencia, velocidad específica	54
Colina de rendimientos	57
Régimen transitorio	58

VII- TURBINA FRANCIS

Clasificación según el rodete	63
Velocidad específica en función de las características de la turbina	67
Relaciones entre diversos parámetros de diseño	69
Relación entre el diámetro a la salida, n y Q; fórmula de Ahlfors	69
Relación entre la velocidad periférica a la salida y la velocidad especifica	70
Relación entre la velocidad específica y coeficientes óptimos de velocidad	70
Relación entre la altura neta y la velocidad específica	72
Cámara espiral	72
El distribuidor	74
Perfil de las directrices	75
Tubo de aspiración	77
Formas de realización de los difusores	77
Tubo de aspiración vertical	78
Ganancia de salto efectivo en el aspirador difusor	78
Rendimiento del aspirador-difusor	79
Altura del tubo de aspiración	79
Curvas de Rogers y Moody	80

Difusor acodado	81
Coeficiente de cavitación	82
Perfil del aspirador-difusor	84
Regulación de las turbinas de reacción	85
Curvas características de las turbinas de reacción	89
Curva característica para n constante y apertura x del distribuidor fijo	89
Curvas características para n constante y apertura x del distribuidor variable	92
Rendimiento	92
Transformación de las curvas características de n = Cte, en curvas características de salto constante	94

VIII- TURBINA KAPLAN

Introducción	97
Regulación de las turbinas	99
Mecanismo regulador de las turbinas Kaplan	101
Momento hidráulico	102
Teoría aerodinámico de las máquinas axiales	103
Parámetros de diseño del rodete Kaplan	106
Triángulos de velocidades y rendimiento manométrico	107
Ángulo de ataque	107
Cálculo del caudal	108
Expresión del par motor en función de la circulación	110
Cálculo de las pérdidas y del diámetro exterior del rodete	110
Pérdidas en el rodete	110
Pérdidas en el tubo de aspiración	111
Diámetro del rodete	111
Curvas características de las turbinas Kaplan	112

IX.- TURBINA BULBO

Turbinas utilizadas en las centrales maremotrices	117
Posición del alternador	119
Potencia del alternador	122
Los grupos Bulbo; proyectos y perspectivas	122
Trazado hidráulico de los grupos Bulbo	123
El tubo de aspiración	123
Conductos	124
Cavitación	125
Potencias específicas de los grupos Bulbo	125
Parámetros	126
La central maremotriz del Rance	126
Puesta en marcha	129
Problemas y ensayos	129
Comportamiento de materiales	131
Influencia sobre el medio ambiente y entorno de la Central	131
Indice	135