

CORPORACION DE FOMENTO DE LA PRODUCCION

**PROYECTO EOLO**  
**EVALUACION DEL POTENCIAL EOLICO NACIONAL**

INFORME FINAL

ANEXO IV

MODELO DE EXTRAPOLACIÓN ESPACIAL DEL VIENTO

Autor: Ricardo Muñoz Magnino

UNIDAD EJECUTANTE DEL PROYECTO

DEPARTAMENTO DE GEOFISICA  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

SANTIAGO - CHILE  
ABRIL 1993

## Contenido de Anexo IV

	Página
1. <b>Introducción</b>	3
2. <b>Revisión bibliográfica</b>	5
2.1 Traci <i>et al.</i> , 1977, 1979	5
2.2 Endlich <i>et al.</i> , 1980, 1982, 1983, 1984	6
2.3 Petersen <i>et al.</i> , 1984, 1990	7
2.4 Vergara <i>et al.</i> , 1992-1, 1992-2	7
3. <b>Modelo desarrollado</b>	8
3.1 Descripción general y estructura del modelo	8
3.2 Campo inicial de viento	12
3.3 Ajuste del campo de viento al relieve	15
3.4 Forma de aplicación del modelo	19
4. <b>Referencias bibliográficas</b>	20

## **1. Introducción.**

El modelamiento matemático de vientos superficiales con fines de evaluación del recurso eólico, puede ser abordado con diferentes niveles de complejidad en cuanto a los fenómenos físicos que son incluidos en la simulación.

El enfoque más completo consiste en la simulación del campo de viento a partir de las leyes físicas fundamentales que rigen el movimiento de los fluidos, expresadas como las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento, masa y energía. La solución numérica de estas ecuaciones, junto con adecuadas condiciones de borde, parametrizaciones e hipótesis simplificadoras, permite la simulación de la evolución del campo de vientos en un dominio generalmente bi o tridimensional, en el rango meteorológico de la meso-escala.

Estos modelos meteorológicos de mesoescala tienen como principal ventaja el hecho de poder incorporar en forma explícita en su metodología de modelación las principales forzantes de los campos de viento. Condicionantes de tipo sinóptico, efectos térmicos, relieve complejo y otros, son incluidos naturalmente dentro de este esquema de modelación. El conjunto de ecuaciones a resolver tiene, sin embargo, un número considerable de parámetros relativamente libres, que es necesario ajustar cuidadosamente en cada una de las aplicaciones. Por otro lado, tanto para la inicialización como validación y/o calibración de sus resultados, se requiere contar con un número adecuado de mediciones de viento en la región de modelamiento. Por último, este tipo de modelos requiere en general recursos computacionales de alta capacidad.

Por las razones anteriores, los modelos de mesoescala han sido utilizados normalmente en forma restringida en la evaluación regional del recurso eólico, limitándose a simular algunos casos con condiciones típicas, sirviendo sus resultados para una caracterización cualitativa general del campo de viento de una región.

Modelos de mesoescala se han desarrollado extensamente en Estados Unidos y otros países, con variadas hipótesis y aplicaciones. Una revisión completa de ellos puede encontrarse en Pielke (1984). En la sección 2.4 de este anexo se refiere la aplicación de un modelo de este tipo en la evaluación del recurso eólico de dos zonas de nuestro país.

Un segundo enfoque utilizado en la evaluación regional del recurso eólico corresponde a los modelos de diagnóstico de campos de viento, que utilizan una física simplificada en sus algoritmos. Este esquema se basa fuertemente en las mediciones de viento disponibles para una región. Estas son interpoladas y extrapoladas espacialmente y ajustadas finalmente con algún criterio físico. Normalmente la condición física de ajuste impuesta sobre el campo de viento es la ley de conservación de la masa, la cual hace al flujo de viento adaptarse a las formas del terreno complejo.

En este esquema de cálculo las mediciones de viento disponibles cobran una mayor importancia que en los modelos de física completa, puesto que la información que ellas entregan es la base para el campo de viento calculado. Los modelos de física simplificada incluyen explícitamente sólo algunas de las condicionantes físicas de los campos de viento. Por otro lado, su mayor simplicidad permite una aplicación más extendida y en algunos casos se han utilizado en forma más cuantitativa que los modelos de física completa.

El modelo desarrollado en este trabajo corresponde a los del tipo de física simplificada descritos anteriormente. En este anexo se presenta primeramente una revisión bibliográfica de casos de aplicación de modelos matemáticos en la evaluación del recurso eólico, y luego una descripción detallada del esquema de modelación desarrollado. Los resultados de las aplicaciones realizadas en el Proyecto son mostrados en la Sección 7 del informe.

## **2. Revisión bibliográfica**

## **2.1 Traci et al. 1977, 1979**

La metodología descrita en estos estudios comprende la aplicación complementaria de dos tipos de modelos matemáticos para la prospección regional del recurso eólico y la ubicación de puntos potenciales de aprovechamiento.

El primero de ellos es el modelo mesometeorológico denominado SIGMET, basado en la solución numérica de las ecuaciones primitivas que rigen el movimiento del aire, utilizando coordenadas que siguen el terreno. Debido a su mayor complejidad, este modelo es utilizado por los autores sólo en la exploración regional del recurso, simulando condiciones meteorológicas representativas del flujo atmosférico de la región en estudio. Este modelo resulta útil en la visualización cualitativa de los patrones de flujo y en la identificación de condiciones especiales, tales como zonas de estancamiento o de mayor turbulencia.

Paralelamente, se trabajó con modelos de física simplificada, para la construcción objetiva de campos de viento a partir de mediciones puntuales. Los autores utilizan diversos algoritmos para la reducción de la divergencia del campo de viento, incluyendo un enfoque del tipo variacional como el desarrollado en el presente trabajo. La mayor simplicidad de este tipo de modelos permite su utilización en la generación de estadísticas estacionales del viento en lugares específicos, así como en el estudio detallado del entorno de lugares de buen potencial eólico.

Los trabajos comentados presentan la aplicación de estos modelos a una isla del archipiélago de Hawaii y a una zona montañosa de California. Sus conclusiones indican que si se dispone de datos "razonables", en cuanto a cantidad y representatividad, es posible obtener información cuantitativa (estadística) y cualitativa (variación espacial) del campo de viento en terreno complejo.

## **2.2 Endlich et al. 1980, 1982, 1983, 1984**

En estos trabajos se desarrollan modelos de física simplificada para la extrapolación de la información de viento obtenida en puntos particulares, a toda una zona de terreno complejo. Los datos de vientos de superficie son utilizados para construir un campo de viento inicial sobre toda la zona. Para ello, se interpolan horizontalmente las velocidades superficiales, y en la vertical se considera una variación logarítmica hasta el tope del dominio, en el cual se asume una velocidad de viento geostrofico conocida. Esta última es calculada a partir de datos de presiones de superficie o de mediciones de altura si se encuentran disponibles. A continuación, el campo inicial de viento es sometido a un algoritmo de reducción de la divergencia, con el objeto de que cumpla la condición física de conservación de la masa. Los modelos utilizan un sistema de coordenadas que siguen al terreno, y se aplican en dos niveles de resolución: uno grueso y otro fino, que se inicializa con los resultados del anterior.

En el primer trabajo los autores utilizan un enfoque variacional para la reducción de la divergencia (Endlich *et al.*, 1980, 1982). En el segundo, este enfoque es reemplazado por el de alteraciones directas al campo de viento (Endlich *et al.*, 1983, 1984). En este caso se agrega la condición de conservación de la vorticidad vertical del campo de viento, la cual podría estar dada por condiciones meteorológicas bien definidas. Asimismo, se supone que el flujo es paralelo al sistema de coordenadas.

La modelación es aplicada en la generación de estadística de vientos a partir de la información disponible de estaciones cercanas, para lugares de interés eólico con topografía compleja en Estados Unidos.

### **2.3 Petersen *et al.* 1984, 1990**

Estos artículos describen en forma resumida la metodología utilizada en el desarrollo del Atlas Europeo de Energía Eólica.

En el primer trabajo se presenta un método para la estimación de la variación del viento en terreno no complejo (zonas planas sin montañas o con lomas suaves de pequeña escala). Sobre cada estación de medición se genera un perfil vertical de viento de tipo logarítmico corregido según la estabilidad atmosférica. Se incluye el efecto de cambios de rugosidades superficiales y se obtiene un viento geostrófico, representativo del viento de las capas superiores. La interpolación espacial se realiza sobre estos vientos geostróficos. Para la obtención de la velocidad del viento en un punto cualquiera, se utiliza la metodología en forma inversa: se baja desde el viento geostrófico hasta el nivel de superficie.

Para el caso de terreno complejo, el segundo artículo señala que el atlas de energía eólica europeo se basa en la modelación semianalítica de Jackson y Hunt (1975) para la simulación del efecto orográfico sobre el campo de viento. Este modelo pertenece al tipo de los que trabajan con las ecuaciones de movimiento del flujo atmosférico.

#### **2.4 Vergara *et al.* 1992a , 1992b.**

En estos trabajos se presenta la aplicación de un modelo numérico de circulación de mesoescala en el estudio de los vientos superficiales de dos regiones del país. El modelo utilizado se basa en el trabajo de otros investigadores, incorporando diversas modificaciones propias del autor. El modelo consiste en la resolución numérica simultánea de las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento, masa y calor, planteadas en un sistema coordinado que sigue a la topografía y resueltas numéricamente mediante diferencias finitas.

En Vergara (1992a) el modelo es aplicado a la zona de El Tofo (IV Región) sobre un dominio de modelación de 60 x 60 km, con resolución de 2 km en horizontal y 15 niveles en vertical que llegan hasta el nivel de 200 hPa. En Vergara *et al.* (1992b) se presentan los resultados de la aplicación del modelo a la zona de Antofagasta, en un dominio de 120 x 120 km con resolución horizontal de 3 km y extensión vertical hasta

los 400 hPa. En ambos casos los resultados mostrados corresponden a simulaciones de periodos de 36 horas de tiempo real, efectuados para condiciones típicas de algunos meses del año.

De acuerdo a las conclusiones de los dos trabajos, el modelo logra reproducir en buena medida las condiciones del flujo de vientos en las zonas estudiadas, en particular, la formación y evolución de brisas de mar-tierra y valle-montaña, forzadas por la orografía y efectos térmicos. Cuantitativamente, en ambas zonas de interés el modelo explica alrededor de un 70% de la varianza de las velocidades observadas en algunas estaciones de superficie.

Es interesante señalar que en el segundo trabajo (Vergara *et al.*, 1992b) los resultados del modelo son aplicados en una estimación preliminar de la densidad de potencial eólico en superficie, identificando posibles zonas de mayor importancia del recurso. Se enfatiza, sin embargo, la necesidad de verificar con mediciones en terreno las conclusiones de tipo cuantitativo que el modelo entrega.

### **3. Modelo desarrollado en este proyecto**

#### **3.1 Descripción general y estructura del modelo.**

En el caso más general, el campo de viento sobre una zona está condicionado por fenómenos meteorológicos que abarcan un amplio rango en las escalas temporal y espacial, desde las forzantes de tipo sinóptico, hasta las variables locales y micrometeorológicas. La modelación matemática completa del campo de viento significa la solución numérica de las ecuaciones de conservación que rigen el movimiento del aire, con las condiciones de borde e iniciales adecuadas. Esta tarea es compleja, y su magnitud va más allá del alcance de este trabajo. Por lo tanto, el trabajo de modelación desarrollado se ha limitado a considerar sólo algunos de los fenómenos físicos que definen un campo de viento, y que pueden considerarse más relevantes en algunos casos particulares: relieve topográfico, rugosidad superficial y



capas límite internas asociadas a cambios de rugosidad. Asimismo, el enfoque de modelación corresponde a uno de tipo diagnóstico.

### 3.1.1 Grilla de modelamiento y sistema de coordenadas.

El esquema de modelación superpone sobre la región en estudio una grilla tridimensional, en cuyos vértices calcula las tres componentes del campo de viento: u, v y w. Con el objeto de simplificar el tratamiento de la condición de borde inferior (suelo), se reemplaza la coordenada vertical 'z' por la coordenada  $\rho$ , definida como:

$$\rho = \frac{z - z_G(x, y)}{z_T - z_G(x, y)} \quad (1)$$

donde  $z_G$  corresponde a la elevación del terreno y  $z_T$  es la altura del tope del dominio de modelación.

Con este cambio de coordenadas, el dominio de modelación irregular en el espacio (x,y,z) se transforma en una región regular en el sistema coordenado (x,y, $\rho$ ), en la cual la coordenada vertical  $\rho$  toma valores en el rango (0 - 1).

### 3.1.2 Estructura del modelo.

La obtención de un campo de viento se realiza en dos partes sucesivas. En la primera, se calcula un campo inicial de viento sobre toda la grilla de modelación, tomando en cuenta la velocidad del viento en uno o más puntos y las condiciones de rugosidad superficial de la zona en estudio. En la segunda parte se ajusta este campo al relieve topográfico, forzando una adecuación de las líneas de corriente a las restricciones que impone la topografía compleja. El esquema de la estructura se ilustra en la figura IV-1.

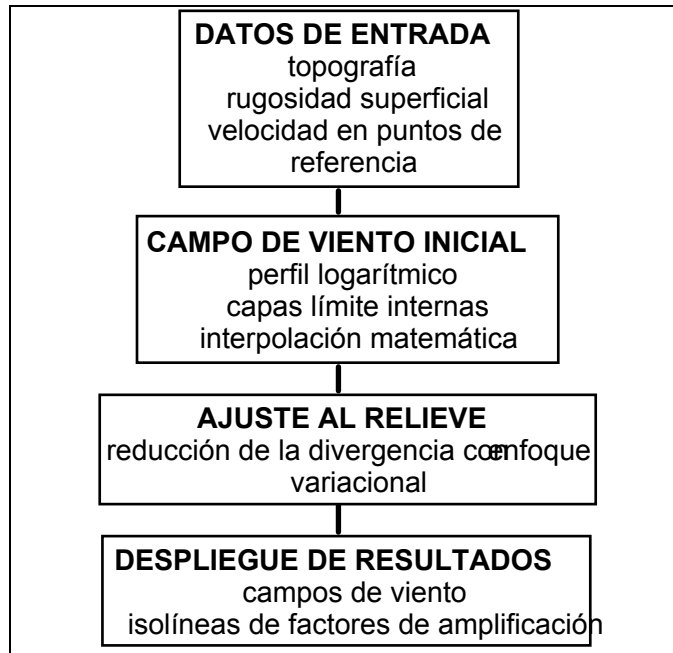


Figura IV-1. Estructura del modelo desarrollado.

#### i) Campo inicial de vientos.

Como punto de partida se toma el valor de la velocidad y dirección del viento en uno o más puntos, los que serán utilizados para la generación del campo de vientos en todo el dominio. Estos puntos pueden corresponder a las estaciones de medición existentes en el área de estudio, o bien a algún punto que se tome como referencia.

A partir del dato de viento de cada punto se construye un perfil vertical de viento, y se calcula la velocidad en el tope de la grilla de modelación. En este nivel se interpolan y/o extrapolan las velocidades obtenidas sobre cada punto de referencia, calculando las velocidades en todos los puntos del tope de la grilla. A continuación se calcula la velocidad de cada punto interior de la malla, tomando como velocidad de referencia la velocidad en el nivel superior.

Tanto en la etapa en que se determinan los perfiles verticales sobre los puntos de referencia, como cuando se calculan las velocidades en todos los puntos del dominio,

se toman en consideración los siguientes aspectos: altura de la superficie sobre el nivel del mar, rugosidad superficial del suelo y existencia de capa límite interna producida por zonas de cambio de rugosidad superficial. Esta última consideración tiene relevancia sobre todo en líneas de costa, donde el paso del aire del mar hacia la tierra provoca una desaceleración del viento en las capas inferiores.

ii) Ajuste del campo de vientos al relieve.

Una vez construido un campo de viento inicial sobre la grilla de modelación, se procede a ajustarlo matemáticamente al relieve complejo, tratando de simular los efectos de canalizaciones, aceleraciones y desaceleraciones que la topografía induce sobre los vientos superficiales. Para esto, se corrige el campo inicial de viento hasta hacerlo cumplir la condición física de continuidad o de conservación de masa. Esta condición impone, por ejemplo, el hecho de que las líneas de flujo se concentren en las cimas de los cerros y aumente por consiguiente la velocidad del viento, o bien, que las líneas de corriente se adentren en un valle en forma paralela a su eje longitudinal.

En los puntos siguientes se describen en detalle las formulaciones matemáticas de las componentes del esquema de modelación utilizado en este trabajo.

### **3.2 Campo inicial de viento**

A partir de la información de la velocidad en uno o más puntos de referencia se construye un primer campo inicial de viento, que será luego ajustado a la condición de no divergencia. Este primer campo se crea considerando la variación vertical de la velocidad del viento en una atmósfera neutra, los efectos de cambios en la rugosidad superficial y un esquema de interpolación espacial a partir de los puntos de referencia, etapas que se describen a continuación.

### 3.2.1 Perfil vertical de viento.

El análisis teórico y la evidencia empírica han establecido que en la capa superficial de una atmósfera no estratificada (o neutra) la velocidad del viento varía con la altura siguiendo una función logarítmica, que tiene la siguiente expresión:

$$u = \frac{u^*}{k} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \quad [2]$$

Donde

- u : velocidad del viento a la altura z,
- $z_0$  : rugosidad superficial,
- $u^*$  : velocidad de fricción,
- k : constante de von Karman (aprox. 0.4).

El parámetro de rugosidad  $z_0$  está asociado al tipo de superficie. Valores típicos de  $z_0$  pueden obtenerse en textos de meteorología (por ejemplo, Stull, 1988).

A partir de la velocidad del viento a una cierta altura y de una estimación de la rugosidad de la superficie, la ecuación [2] permite determinar el perfil de velocidades  $u(z)$ .

Cuando se trata de situaciones con vientos altos e insolación diaria no muy acentuada (como puede ser el caso de la zona sur del país), la suposición de atmósfera neutra resulta aceptable y puede utilizarse un perfil logarítmico, al menos para las primeras decenas de metros. Este trabajo se ha restringido a la consideración de condiciones neutras.

En el caso de atmósfera no neutra, el perfil vertical de vientos superficiales sufre modificaciones, las que pueden tener una influencia importante en la estimación del potencial eólico para un lugar tierra adentro, sobre todo si se trata de máquinas eólicas de grandes dimensiones (van Wijk *et al.* , 1984).

### 3.2.2 Efectos de cambios en la rugosidad del terreno.

Se puede notar en la expresión [2] la influencia que la rugosidad del terreno ( $z_0$ ) tiene en el perfil vertical de viento. En un caso real, la rugosidad superficial no es uniforme. Por ejemplo, en la costa el valor de  $z_0$  cambia bruscamente entre el mar y la tierra.

Viento abajo de una discontinuidad en la rugosidad superficial se desarrolla la llamada capa límite interna, bajo la cual el perfil de viento ya se ha modificado por la nueva rugosidad, y sobre la cual se mantiene el perfil de la zona de viento arriba. El espesor de la capa límite interna va creciendo en función de la distancia a la línea fronteriza entre ambas zonas.

Para los fines de este estudio es importante tomar en cuenta el fenómeno de cambio de rugosidad, por cuanto en zonas costeras el paso del flujo desde el mar hacia tierra sufre una desaceleración por este efecto y una aceleración en el caso contrario.

La evaluación del fenómeno descrito se realiza mediante la siguiente expresión para la altura de la capa límite interna (Panofsky y Dutton, según cita de Walmsley, 1989) :

$$\left\{ \frac{h}{z_{02}} \left[ \ln \left( \frac{h}{z_{02}} \right) - 1 \right] + 1 \right\} / ( B k ) \frac{x}{z_{02}} \quad [3]$$

en que  $h$  es la altura de la capa límite interna,  $x$  es la distancia desde el cambio de rugosidad y  $z_{02}$  es la rugosidad superficial de la zona ubicada viento abajo del cambio de rugosidad. La constante  $B$  tiene un valor aproximado de 1.25 y  $k$  corresponde a la constante de von Karman (0.4). La expresión anterior es válida para condiciones neutras.

La fórmula [3] fue comparada con datos reales y otras formulaciones por Walmsley (1989), obteniendo buenos resultados, y es semejante a la utilizada por Petersen *et al.* (1984) en el atlas eólico europeo para terreno no complejo.

En el modelo se utiliza la ecuación [3] para la determinación de la altura de la capa límite interna sobre cada punto del dominio. Por encima de esta altura el perfil de velocidades queda determinado por las condiciones de viento arriba de la línea de discontinuidad de rugosidades. Por debajo, en cambio, es la rugosidad superficial la que controla el perfil de velocidades. La unión de ambas condiciones se impone mediante la condición de continuidad de las velocidades en el nivel de la capa límite interna.

### 3.2.3 Extrapolación inicial del campo de viento.

Sobre cada punto de referencia se construye un perfil de velocidades teniendo en cuenta las formulaciones presentadas en los puntos anteriores. Con éste se calcula la velocidad en el tope de la grilla de modelación. En este nivel, las velocidades son interpoladas o extrapoladas en forma inversa a la distancia al cuadrado, calculando la velocidad en todo el nivel superior de la grilla. Una vez hecho esto, se baja a cada punto, considerando nuevamente los efectos de capas límite internas, rugosidades y alturas sobre la superficie.

## 3.3 Ajuste del campo de viento al relieve

El campo de viento obtenido con la metodología descrita en los puntos anteriores considera algunos fenómenos relevantes, tales como la variación vertical de viento, el efecto de la rugosidad del terreno y la capa límite interna que se genera en zonas de cambio de rugosidad. Sin embargo, falta aún incorporar la restricción que la topografía compleja impone sobre el campo de viento. Este tiende a canalizarse, acelerarse o frenarse en función del relieve del terreno.

Uno de los enfoques utilizados para realizar el ajuste al terreno complejo es imponer sobre el campo de viento la condición física de conservación de la masa o condición de no divergencia. Al hacer esto se obliga al viento a acelerarse en los lugares que

el relieve impone una concentración de las líneas de flujo y a desacelerarse en el caso contrario. Adicionalmente, la condición de borde sobre el terreno obliga a las líneas de flujo inferiores a ajustarse a la topografía.

Para la imposición de la condición de no divergencia sobre un campo de viento, se ha utilizado un enfoque de tipo variacional, que corrige mínimamente el campo de viento inicial, a la vez que impone la condición no divergente.

El enfoque variacional para la reducción de la divergencia en el modelamiento de un campo de viento afectado por topografía compleja, ha sido aplicado por diversos autores con distintos matices. Inicialmente utilizado por Dickerson (1978) para un campo de viento promediado en la vertical, y por Sherman (1978) para un campo tridimensional en coordenadas cartesianas, ha sido posteriormente modificado para utilizar coordenadas que siguen al terreno en los modelos NOABL (Traci *et al.*, 1979), COMPLEX (Bhumralkar *et al.*, 1980; Endlich *et al.*, 1982) y NUATMOS (Ross *et al.*, 1988). En nuestro país, esta metodología ha sido aplicada en la generación de los campos de viento que utiliza el modelo de dispersión de contaminantes atmosféricos de Santiago (ENSR *et al.*, 1990).

El planteamiento matemático consiste en la minimización de la función que representa la diferencia entre el campo ajustado y el campo inicial, sujeta a la restricción de que el campo ajustado cumpla la condición de no divergencia. En otras palabras, se calcula el campo de viento más parecido al campo inicial, que además cumple la ley de conservación de la masa y la condición de borde inferior.

El problema variacional a resolver es uno de minimización restringida, de la forma:

$$\text{MIN Error} ( \mathbf{V} , \mathbf{V}_0 ) \text{ s.a. } \text{Div}(\mathbf{V}) = 0 \quad [4]$$

$\mathbf{V}$

En esta expresión  $\mathbf{V}_0$  corresponde al campo inicial de viento (en el sistema de coordenadas  $x, y, \rho$ ),  $\mathbf{V}$  es el campo ajustado y la función Error puede ser definida en términos de la diferencia cuadrática entre  $\mathbf{V}$  y  $\mathbf{V}_0$ , como sigue:

$$Error = \int [\alpha_H (U - U_0)^2 + \alpha_H (V - V_0)^2 + \alpha_V (W - W_0)^2] dx dy d\rho \quad [5]$$

Las velocidades U, V y W son las correspondientes al nuevo sistema de coordenadas definido por la ecuación [1], y tienen las siguientes expresiones:

$$U = u \Delta H(x, y)$$

$$V = v \Delta H(x, y)$$

$$W = w - u \left[ \frac{\partial(Z_G)}{\partial x} + \rho \frac{\partial(\Delta H)}{\partial x} \right] - v \left[ \frac{\partial(Z_G)}{\partial y} + \rho \frac{\partial(\Delta H)}{\partial y} \right]$$

donde  $\Delta H(x, y) = Z_T - Z_G(x, y)$ . Por su parte,  $U_0$ ,  $V_0$  y  $W_0$  son las componentes del campo inicial.

Los factores  $\alpha_H$  y  $\alpha_V$  en [5] definen la importancia relativa de las correcciones a las velocidades verticales y a las velocidades horizontales en el valor de la función error. Aunque  $\alpha_H$  y  $\alpha_V$  son parámetros libres de este tipo de modelación, algunos autores han intentado asociar la razón ( $\alpha_V/\alpha_H$ ) a las condiciones de estabilidad atmosférica, por cuanto ella define el grado de variación que se permite a las velocidades verticales frente a las horizontales. En las aplicaciones se ha utilizado la condición :

$$H \frac{\alpha_H}{\alpha_V} \approx \text{cte} \approx 0.82$$

que, de acuerdo a algunas pruebas numéricas y de comparación con otros modelos, se considera que reproduce condiciones aproximadamente neutras (H es la altura del dominio de modelación).



La restricción de no divergencia presente en el problema [4] toma la siguiente forma en el sistema x,y,ρ:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

Introduciendo esta restricción en el problema de minimización mediante un multiplicador de Lagrange,  $\lambda$ , y desarrollando el problema variacional resultante, se llega a la siguiente ecuación diferencial parcial para  $\lambda$ :

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \left( \frac{\alpha_H}{\alpha_V} \right)^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial \rho^2} = -2\alpha_H^2 \left( \frac{\partial U_o}{\partial x} + \frac{\partial V_o}{\partial y} + \frac{\partial W_o}{\partial z} \right) \quad [6]$$

con la condición de borde en superficie:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \rho} = -2\alpha_V^2 W_o$$

y en los bordes libres :  $\lambda = 0$

Una vez resuelta para  $\lambda$ , las velocidades corregidas se calculan de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} U &= U_o + \frac{1}{2\alpha_H^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \\ V &= V_o + \frac{1}{2\alpha_H^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \\ W &= W_o + \frac{1}{2\alpha_V^2} \frac{\partial \lambda}{\partial \rho} \end{aligned} \quad [7]$$

La ecuación [6] es resuelta numéricamente para  $\lambda$ , sujeta a las condiciones de borde enunciadas. El dominio espacial en el sistema (x,y,ρ) es discretizado mediante una grilla equiespaciada en horizontal, pero de paso variable en el sentido vertical, con el objeto de aumentar la resolución de la capa superficial. Las derivadas que aparecen

en la ecuación son aproximadas mediante diferencias finitas centradas, con las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} = \frac{\lambda_{i+1,j,k} - 2\lambda_{i,j,k} + \lambda_{i-1,j,k}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} = \frac{\lambda_{i,j+1,k} - 2\lambda_{i,j,k} + \lambda_{i,j-1,k}}{(\Delta y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial \rho^2} = \frac{\lambda_{i,j,k+1}}{\Delta \rho_{k \text{ sup}} \Delta \rho_k} - \left( \frac{1}{\Delta \rho_{k \text{ sup}} \Delta \rho_k} + \frac{1}{\Delta \rho_{k \text{ int}} \Delta \rho_k} \right) \lambda_{i,j,k} + \frac{\lambda_{i,j,k-1}}{\Delta \rho_{k \text{ int}} \Delta \rho_k}$$

donde  $\Delta \rho_{k \text{ sup}} = (\rho_{k+1} - \rho_k)$ ,  $\Delta \rho_{k \text{ inf}} = (\rho_k - \rho_{k-1})$ ,  $\Delta \rho_k = (\rho_{k+1} - \rho_{k-1}) / 2$  y  $\rho_k$  es la coordenada  $\rho$  del punto k.

El sistema de ecuaciones lineales que resulta al aplicar este procedimiento es resuelto iterativamente utilizando un esquema de sobrerrelajación puntual.

### 3.4 Formas de aplicación del modelo.

La aplicación del modelo ha sido dirigida hacia la estimación de la deformación del campo de viento por efecto del relieve, en las cercanías de estaciones individuales de medición de viento. Se tiene también la posibilidad de utilizar información de otras estaciones o de perfiles verticales de viento si es que están disponibles.

La aplicación comienza con la definición del dominio espacial a modelar. El área de interés para cada estación se ha definido como una zona de algunos kilómetros (4 a 12 km) centrada en torno a ella. La grilla numérica utilizada tiene 41x 41 puntos en horizontal y hasta 10 niveles en vertical. La topografía básica ha sido leída desde cartas del IGM escala 1:50.000. El tope vertical del dominio se extiende en general hasta alturas de 500 a 1000 m, tal que superen el mayor obstáculo del dominio por un factor 2 o más.

A continuación se definen los puntos de referencia donde se supone conocida la velocidad del viento en superficie. Estos puntos pueden corresponder a estaciones de medición o a puntos referenciales definidos *a priori* (por ejemplo, un punto ubicado sobre el mar, en zona no afectada por la topografía). Las características de rugosidad de la superficie son también datos de entrada del modelo, y se han estimado a partir del tipo de suelo de la zona.

En algunos casos se ha corrido el modelo en dos niveles de resolución. En primer lugar se ha hecho una modelación con un paso grueso, con el objeto de introducir en la solución final efectos de accidentes orográficos de mayor escala, que, aunque no muy cerca de la estación, pueden de algún modo modificar las líneas de flujo. A continuación se utiliza la solución obtenida en el primer paso, como condición inicial de la corrida con resolución menor.

Los resultados de las corridas son presentados en la forma de campos vectoriales de la velocidad del viento en niveles fijos sobre la superficie. También se entregan como isolíneas de factores de amplificación respecto a la velocidad de uno de los puntos de referencia.

#### **4. Referencias bibliográficas.**

Bhumralkar, C. M., R. L. Mancuso, F. L. Ludwig, D. S. Renne, 1980: A practical and economic method for estimating wind characteristics at potential wind energy conversion sites. *Solar Energy*, **25**, 55-65.

Dickerson, M. H., 1978: MASCON - A mass consistent atmospheric flux model for regions with complex terrain. *Journal of Applied Meteorology*, **17**, 241-253.

Endlich, R. M., F. L. Ludwig, C. M. Bhumralkar, M. A. Estoque, 1980: A practical method for estimating wind characteristics at potential wind energy conversion sites. Report PNL-3808, 1980.

Endlich, R. M., F. L. Ludwig, C. M. Bhumralkar, 1982: A diagnostic model for estimating winds at potential sites for wind turbines. *Journal of Applied Meteorology*, **21**, 1441-1454.

Endlich, R. M., J. D. Lee, 1983: An improved diagnostic model for estimating wind energy. Report PNL-4526, 1983.

Endlich, R. M., 1984: Wind energy estimates by use of a diagnostic model. *Boundary-Layer Meteorology*, **30**, 375-386.

ENSR, Fac. de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Univ. de Chile, INTEC-Chile, 1990: Desarrollo de un modelo de dispersión de contaminantes atmosféricos. Preprocesador meteorológico SANMET. Manual del usuario. Informe para Intendencia Región Metropolitana, Santiago de Chile, Agosto de 1990.

Jackson, P. S., J. C. R. Hunt, 1975: Turbulent wind flow over a low hill. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **101**, 929-955.

Petersen, E. L., I. Troen, J. Wieringa, 1984: Development of a method for wind climate analysis for non-mountainous terrain in Europe. European Wind Energy Conference, Hamburg, 1984.

Petersen, E. L., I. Troen (ca. 1990): The UK wind resource and the European wind atlas.

Pielke, R. A., 1984: Mesoscale meteorological modeling. Academic Press, 612 p.

Ross, D. G., I. N. Smith, P. C. Manins, D. G. Fox, 1988: Diagnostic wind field modeling for complex terrain: Model development and testing. *Journal of Applied Meteorology*, **27**, 785-796.

Sherman, C. A., 1978: A mass-consistent model for wind fields for complex terrain. *Journal of Applied Meteorology*, **17**, 312-319.

Stull, R. B., 1988: An introduction to boundary layer meteorology. Kluwer Academic Publishers, 666 p.

Traci, R. M., G. T. Phillips, P. C. Patnaik, B. E. Freeman, 1977: Development of a wind energy site selection methodology. Report DOE No RLO/2440-11, Junio 1977.

Traci, R. M., G. T. Phillips, K. C. Rock, 1979: The utility and verification of mathematical windfield models for wind energy regional screening and site selection. Proceedings of the Conference and Workshop on wind energy characteristics and wind energy siting, Portland, USA, 1979.

Van Wijk, A. J. M., A. A. M. Holtslag, W. C. Turkenburg, 1984: Wind profile stability corrections: their influence on wind energy assessment studies. European Wind Energy Conference, Hamburg, 1984.

Vergara, J. A., 1992a: Un modelo numérico tridimensional de meso-escala y su aplicación a la estimación de los vientos superficiales a los 29,5°S. VII Seminario nacional de energía solar y eólica. Valparaíso, Noviembre 1992.

Vergara, J. A., R. Zuleta, 1992b: Evolución diaria de los vientos superficiales en la zona de Antofagasta. Parte 2: Estudio numérico. VII Seminario nacional de energía solar y eólica. Valparaíso, Noviembre 1992.

Walmsley, J. L., 1989: Internal boundary-layer height formulae. A comparison with atmospheric data. *Boundary-Layer Meteorology*, **47**, 251-262.

Walmsley, J. L., I. Troen, D. P. Lalas, P. J. Mason, 1990: Surface-layer flow in complex terrain: Comparison of models and full-scale observations. *Boundary -Layer Meteorology*, **52**, 247-258.